الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC OF ALGERIA

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH

HIGHER SCHOOL OF MANAGEMENT SCIENCES ANNABA

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا لعلوم التسيير
عنابة

Microéconomie

Cours, exemples et exercices résolus

Livre pédagogique

S'adresse aux étudiants de la deuxième année préparatoire des écoles supérieure en sciences économique, commerciales et en sciences de gestion, ainsi qu'à tous les étudiants universitaires du même domaine

Elaboré par : Dr Yamina Mahboub

Année universitaire

2025-2026

Avant-propos

La microéconomie est la science qui étudie le comportement rationnel des unités économiques. Nous abordons ici essentiellement **le consommateur** à travers l'analyse de ses choix visant à maximiser son utilité sous contrainte budgétaire, **le producteur** (l'entreprise) par l'interprétation de ses comportements orientés vers la maximisation du profit, ainsi que l'analyse **du marché** et des mécanismes d'équilibre dans le contexte d'objectifs divergents entre producteurs et consommateurs.

Cet ouvrage répond à un besoin pédagogique croissant des étudiants des Écoles supérieures en sciences économiques, commerciales et sciences de gestion. Il propose une présentation méthodique et complète des principes de la microéconomie en conformité avec le programme ministériel officiel, tout en conciliant rigueur théorique et clarté pédagogique.

La structure du livre repose sur cinq chapitres articulés de manière logique : **le premier chapitre** est consacré à l'étude du comportement du consommateur à travers les approches cardinale et ordinale de l'utilité, ainsi que les outils d'analyse tels que les courbes d'indifférence, le taux marginal de substitution et les conditions de maximisation de l'utilité sous contrainte budgétaire. **Le deuxième chapitre** traite du comportement du producteur en examinant les fonctions de production à court terme et à long terme, les productivités marginale et moyenne, la loi des rendements décroissants et les combinaisons optimales des facteurs de production. **Le troisième chapitre** analyse la structure des coûts de production fixes, variables, totaux et unitaires, ainsi que les courbes de coûts marginaux et moyens et leurs relations graphiques et mathématiques. **Le quatrième chapitre** examine la dérivation de la fonction d'offre individuelle (de l'entreprise) et globale (du marché), l'analyse de l'élasticité-prix de l'offre et les facteurs déterminant la forme de la courbe d'offre. Enfin, **le cinquième chapitre** conclut par l'étude des structures de marché dans le cadre de la concurrence pure et parfaite et du monopole pur, avec l'analyse des conditions d'équilibre et des mécanismes de détermination du prix et de la quantité.

L'ouvrage adopte une approche pédagogique multidimensionnelle articulant trois composantes complémentaires: **premièrement**, une formalisation mathématique rigoureuse mais accessible, utilisant les outils de l'analyse mathématique et de l'algèbre adaptés au niveau des étudiants**; deuxièmement**, des représentations graphiques détaillées accompagnant chaque concept théorique et facilitant la construction du raisonnement économique; **troisièmement,** des exercices numériques résolus de manière détaillée en fin de chapitre, renforçant la compréhension pratique des concepts théoriques.

Cet ouvrage n'a pas la prétention d'embrasser l'exhaustivité des thématiques avancées de la microéconomie, mais vise à fournir un socle solide et une référence pédagogique conforme aux exigences du programme ministériel et aux besoins de l'enseignement supérieur en sciences économiques, commerciales et sciences de gestion. L'exposition privilégie l'équilibre entre rigueur académique et apprentissage autonome, avec une liste de références bibliographiques utilisées pour l'élaboration de cet ouvrage. Toute insuffisance ou erreur demeure de l'entière responsabilité de l'auteur, qui tient à remercier sincèrement ses collègues dont les observations ont contribué à l'amélioration de ce travail, ainsi que ses étudiants dont les questionnements ont permis d'affiner la présentation.

Annaba, octobre 2025
Dr. **Yamina Mahboub**

Table des matières

Deuxième chapitre: la théorie du comportement producteur

Troisième chapitre: Les fonctions de coût

Quatrième chapitre: La fonction d'offre

Cinquième chapitre: L'équilibre du marché

Introduction

L'économie générale est une discipline des sciences sociales qui cherche à comprendre comment les sociétés organisent la production, la distribution et la consommation des biens et services afin de répondre aux besoins multiples et illimités des individus, à partir de ressources rares et limitées. Elle s'intéresse à la manière dont les agents économiques — ménages, entreprises, État et reste du monde — prennent leurs décisions et interagissent sur différents marchés, dans le but d'assurer une allocation efficace des ressources disponibles.
Traditionnellement, l'économie se divise en deux grands domaines d'analyse : la microéconomie et la macroéconomie. Ces deux branches sont étroitement liées et se complètent, mais elles se distinguent par la nature des phénomènes qu'elles étudient et par leur niveau d'observation.

La microéconomie, qui constitue l'objet central de ce livre, se concentre sur le comportement individuel des agents économiques et sur les mécanismes qui régissent les échanges sur les marchés. Elle analyse les décisions des consommateurs concernant la consommation et l'épargne, celles des entreprises relatives à la production, aux coûts et à la fixation des prix, ainsi que les interactions entre ces agents à travers le système des prix. Le marché, en tant que lieu de rencontre de l'offre et de la demande, joue un rôle fondamental dans cette approche. La microéconomie s'efforce d'expliquer comment ces interactions permettent d'atteindre un équilibre, et sous quelles conditions cet équilibre est efficace du point de vue économique et social.

En revanche, la macroéconomie adopte une perspective agrégée et s'intéresse au fonctionnement global de l'économie. Elle étudie les grands équilibres économiques — tels que la production nationale, le niveau général des prix, le chômage ou encore la croissance économique — et analyse l'impact des politiques publiques sur ces variables. Alors que la microéconomie observe les comportements unitaires, la macroéconomie cherche à comprendre la dynamique d'ensemble du système économique.

L'étude de la microéconomie revêt une importance particulière dans la formation économique, car elle constitue la base analytique sur laquelle s'appuient de nombreuses théories économiques modernes. Comprendre les mécanismes de décision des agents économiques permet de mieux saisir les phénomènes macroéconomiques globaux. Par exemple, les variations de la demande agrégée trouvent leur origine dans les décisions individuelles de consommation, tandis que l'investissement global dépend du comportement microéconomique des entreprises.

Ainsi, la microéconomie offre une grille de lecture indispensable pour comprendre les enjeux économiques contemporains, tels que la concurrence, les défaillances du marché, la régulation économique ou encore la recherche d'un équilibre entre efficacité et équité.

Sur le plan pédagogique, l'enseignement de la microéconomie joue un rôle essentiel dans la formation des étudiants en sciences économiques et de gestion. Il leur permet de développer une capacité d'analyse rationnelle, de raisonnement logique et de compréhension des mécanismes du marché. En étudiant les fondements de la théorie du consommateur, de la firme et de l'équilibre du marché, l'étudiant acquiert une vision scientifique du comportement économique, qui lui servira de base pour aborder des disciplines plus avancées telles que la macroéconomie, l'économie publique, la finance ou encore l'économie internationale. L'apprentissage de la microéconomie favorise ainsi l'esprit critique et la prise de décision économique fondée sur l'analyse, contribuant à la formation d'économistes capables de comprendre et d'agir face aux défis économiques contemporains

Premier chapitre:
La théorie du comportement du consommateur

Le consommateur constitue l'un des piliers fondamentaux de l'analyse microéconomique, car c'est autour de lui que gravitent l'ensemble des activités économiques. Ce chapitre se consacre à l'analyse et à l'étude des comportements du consommateur face à des ressources limitées dans son environnement, dans l'objectif de comprendre son processus de prise de décision. En effet, chaque consommateur fait face à une question essentielle : comment peut-il répartir son revenu limité entre les différents biens et services disponibles de manière à maximiser son niveau de satisfaction ou d'utilité ?

L'importance de l'étude du comportement du consommateur réside dans le fait qu'elle nous permet de comprendre les mécanismes par lesquels les individus prennent leurs décisions de consommation et les facteurs qui influencent ces décisions. Le consommateur n'agit pas de façon aléatoire, mais cherche constamment à maximiser son utilité ou sa satisfaction dans le cadre des contraintes qui lui sont imposées, notamment la contrainte de revenu et les prix des biens.

Ce chapitre aborde deux théories fondamentales pour analyser le comportement du consommateur : **la théorie de l'utilité cardinale** qui suppose que l'utilité peut être mesurée en unités numériques absolues, et **la théorie de l'utilité ordinale** qui s'appuie sur les courbes d'indifférence et postule que le consommateur est capable d'ordonner les biens selon ses préférences sans avoir besoin de les mesurer en valeurs absolues. Ces deux théories visent à déterminer le point d'**équilibre du consommateur**, c'est-à-dire la situation dans laquelle le consommateur atteint le niveau de satisfaction maximal possible compte tenu de ses ressources financières limitées.

Au cours de ce chapitre, nous découvrirons les concepts fondamentaux tels que l'utilité totale et l'utilité marginale, la loi de l'utilité marginale décroissante, les courbes d'indifférence, le taux marginal de substitution et la droite de budget. Nous examinerons également comment déterminer l'équilibre optimal de consommation et comment les variations du revenu et des prix affectent les décisions du consommateur. Nous utiliserons des outils mathématiques et des représentations graphiques pour illustrer ces concepts de manière scientifique et accessible, adaptée au niveau universitaire.

Ⅰ. L'approche cardinale

Les économistes du 19ème siècle (W. S. Jevons, L. Walras et A. Marshall, entre autres) pensaient que l'utilité, comme la longueur ou les températures, pouvait être mesurée quantitativement. Ils considéraient comme parfaitement raisonnable de représenter graphiquement l'utilité d'un individu correspondant à la mesure de degré de satisfaction procurée par la consommation de biens [1]

1. Définition de l'utilité :

L'utilité d'un bien est définie par son aptitude à satisfaire des besoins. Cette satisfaction relève de l'appréciation individuelle est subjective. Ainsi cette utilité dépend d'un certain nombre de facteurs tels que sa durabilité, son prix, le gout de l'acheteur, etc. En d'autres termes l'utilité d'un bien varie d'une personne a une autre dans l'espace et dans le temps. [2]

2. L'utilité totale et l'utilité marginale des biens

Considérons un agent qui consomme un bien X. La consommation de ce bien lui procure une satisfaction ou utilité. Plus cet agent consomme d'unités du bien X (par unité de temps) plus grande sera la satisfaction ou l'utilité qu'il en tire. Cependant alors que l'utilité totale croit avec la consommation d'unités supplémentaires de X, l'utilité procurée par la dernière unité consommée (désignée par la notion d'utilité marginale) sera moins importante que l'utilité que procure l'avant-dernière unité consommée. En outre on peut envisager un seuil à partir duquel l'utilité marginale est nulle. Ce seuil est appelé point de saturation.

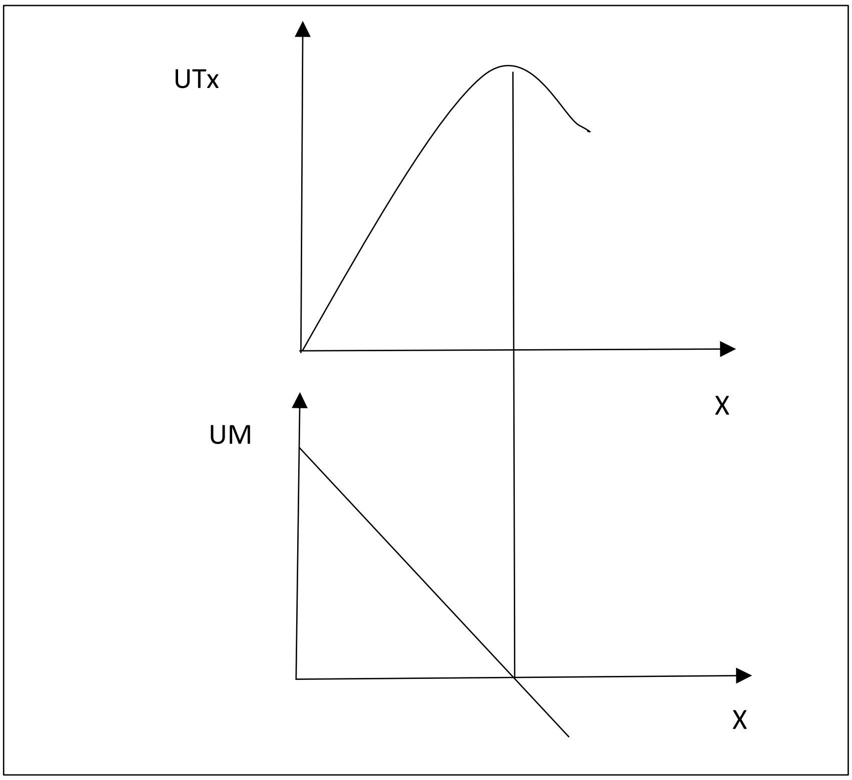
Considérons le tableau suivant qui indiquent les quantités consommées par un consommateur et l'utilité que lui procure cette consommation :

Tableau I. 1 : l'utilité totale et l'utilité marginale

Q_x	UT_x	Um_x
0	0	…
1	10	10
2	18	8
3	24	6
4	28	4
5	30	2
6	30	0
7	28	-2

[1] Jack Hirshleifer, Amihai Glazer, David Hirshleifer, **Microéconomie : Théories et applications,** traduction de la 7eme edition anglaise par Claire Borsenberger, De boeck, Bruxelles, 2009, P96.
[2] Said Azamoum, Comprendre la microéconomie, Office des publications universitaires, Alger, 1996, P 62.

Figure I. 1 : l'utilité totale et l'utilité marginale



Plus le consommateur consomme d'unités du bien X, plus l'utilité totale (UT) qu'il ressent augmente. Cependant, l'utilité marginale (UM) décroît au fur et à mesure que la quantité consommée augmente. En effet, la première unité consommée procure une utilité de 10 alors que la deuxième unité consommée ne procure que 8, etc. Enfin, à partir de la 5ème unité, le consommateur est saturé (point de satiété) et toute consommation supplémentaire à partir de la 6ème unité procure une désutilité. Cette observation est qualifiée de «première loi de Gossen »

Définition : L'utilité marginale d'un bien X est définie comme la variation ΔUde l'utilité totale résultant de la consommation d'une unité supplémentaire de ce bien. Si l'agent consomme une quantité ΔX supplémentaire alors l'utilité marginale de X est définie par $\frac{\Delta U}{\Delta X}$. Si on considère des variations infinitésimales alors l'utilité marginale de X est égale à la dérivée partielle de U par rapport à X, soit $\frac{\partial U}{\partial x}$.

L'utilité marginale possède certaines propriétés. Elle est en général positive et décroissante par hypothèses de rationalité et de non saturation. Ce qui revient à avancer que toute unité supplémentaire d'un bien procure une augmentation de l'utilité mais les augmentations successives du bien procurent de moins en moins d'utilité.

$$\boldsymbol{UMx = \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad UTx = \sum Umx}$$

3. La rationalité du consommateur

Le consommateur est un agent rationnel, il est considéré en équilibre lorsqu'il obtient un maximum d'utilité dépensant son revenu. En d'autres termes, le consommateur est en équilibre lorsqu'il dépense son revenu de telle sorte que l'utilité tirée de la dernière unité monétaire dépensée sur les divers biens est la même. En tenant compte de la contrainte budgétaire.

$P_x X + P_y Y + ... = R$ où R désigne le revenu du consommateur

L'équilibre du consommateur est atteint lorsque l'égalité suivante est vérifiée :

$UM_x/P_x = UM_y/P_y$ (Cette égalité est connue sous le nom de « deuxième loi de Gossen »

Considérons le tableau suivant :

<u>Tableau I. 2 :</u> Les utilité marginales

Q	Umx	Umy
1	16	11
2	14	10
3	12	9
4	10	8
5	8	7
6	6	6
7	4	5
8	2	4

Supposons que le consommateur ait un revenu R = 12 et que les prix de X et Y soit respectivement, P_x = 2 et P_y = 1.

Le consommateur a pour objectif la maximisation de son utilité et pour cela il doit dépenser tout son revenu de telle sorte que l'utilité totale qu'il ressent soit optimale.

On peut supposer que le consommateur dépense deux unités monétaires à la fois. Avec les deux premières unités monétaires, le consommateur peut acheter une unité de X ou deux unités de Y. Etant donné que 2 unités de Y procure une utilité totale de 21 (11 + 10) alors qu'une unité de X ne procure qu'une utilité totale de 16, le consommateur dépensera donc ses deux premières unités monétaires sur 2 unités de Y. De la même manière il dépensera ses troisièmes et quatrièmes unités monétaires sur deux unités supplémentaires de Y (9 + 8 > 16) mais dépensera ses cinquième et sixième unités monétaires sur la première unité de X (16 > 7 + 6). Ses septième et huitième unité monétaires seront alors dépensées sur une unité supplémentaire de X (14 > 7

+ 6). Ses neuvième et dixième unités monétaires seront dépensées sur *Y* (7 + 6 > 12) et enfin, ses onzième et douzième unités monétaire seront dépensées sur *X* (12 > 5 + 4).

A la fin du processus, le consommateur aura consommé le couple (X^*, Y^*) = (3, 6) et aura obtenu le maximum d'utilité ($U_t = 93$). On peut remarquer qu'à l'équilibre :

$$UM_x/P_x = UM_y/P_y \quad \text{ou } 12/2 = 6/1$$

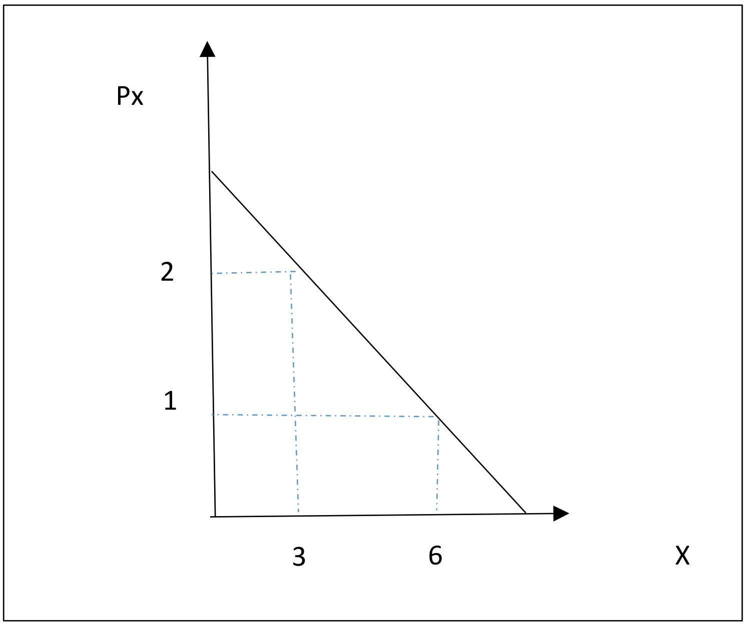
Et

$$P_xQ_x + P_yQ_y + \; = R \text{ ou } (2x3) + (6x1) = 12$$

4. Dérivée de la courbe de la demande du consommateur

En utilisant le principe de l'utilité marginale décroissante et la notion d'équilibre du consommateur, il est possible de déterminer la courbe de demande individuelle pour une marchandise donnée. Considérons l'exemple précédent. Etant donné les prix de *X* et *Y*, le consommateur atteint son équilibre en consommant 3*X* et 6*Y*. Par conséquent, lorsque le prix de *X* est 2 la quantité demandée de *X* est 3. Supposons que le prix de *X* baisse de 2 à une unité monétaire. On peut remarquer que le consommateur n'est plus en équilibre ($UM_x/P_x) \neq UM_y/P_y$. Par conséquent, le consommateur doit consommer plus d'unités de *X*. le nouvel équilibre est alors atteint lorsque le consommateur consommera le nouveau couple (X^{**}, Y^{**}) = (6, 6) et on peut remarquer que ce nouveau couple satisfait : $UM_x/P_x = UM_y/P_y = 6$. Le deuxième point d'équilibre indique un deuxième point de la courbe de demande. Par conséquent, si on admet l'hypothèse que la courbe de demande est rectiligne, on peut déterminer cette dernière :

<u>Figure I . 2 :</u> la courbe de demande individuelle (l'approche cardinale)



II. L'approche ordinale

Le consommateur ne peut pas mesurer avec précision l'utilité de chaque panier dans l'ensemble de consommation (l'approche cardinale[1]). L'objectif du consommateur est de déterminer le panier préféré à tous les autres et non de mesurer les écarts d'utilité entre les paniers de biens.

L'approche ordinale[2] traduit algébriquement les préférences du consommateur.

La fonction d'utilité ordinale affecte à chaque panier de bien un indice d'utilité. Elle s'écrit comme suit : U=U(x1,x2,x3,…xn). L'indice donné par cette fonction est relatif et non absolu.

Puisqu'il est illusoire de vouloir trouver une mesure exacte de la satisfaction des individus, nous parlerons par la suite uniquement d'utilité ordinale.

1. La relation de préférence du consommateur

La première étape consiste à supposer que chaque individu a, lorsqu'il achète des biens, des préférences qui lui sont propres. Ces préférences subjectives peuvent être traduites par **une relation de préférence** qui porte sur différents biens ou groupes de biens (panier). C'est un outil mathématique réagi par certaines règles et dont on suppose qu'il représente tous les éléments de la subjectivité[3]. La relation de préférence donne donc le classement, par l'individu, des différents biens ou paniers de Bien, du point de vue de la satisfaction qu'ils lui procurent.

- **Exemple :** Le consommateur préfère 1h de cinéma à 1h de micro ; on écrit :

$$1\text{h ciné} \succ 1\text{h micro}$$

Pour dire que l'utilité de l'un est plus grande que l'utilité de l'autre, on écrit :

$$U\,(1\text{h de ciné}) \succ U\,(1\text{h de micro})$$

Selon cette relation le consommateur classe tous les paniers de consommations par ordre de préférence. Soit A et B deux paniers de consommation. On distingue :

1- la relation de préférence stricte (Strict preference relation): Le panier A est strictement préféré(strictly preferred) au panier B : A> B

2- la relation d'indifférence : Le consommateur est indifférent (indifferent) entre la consommation du panier A ou B quand ils lui procurent la même satisfaction : A ~ B

3- La relation préféré ou indifférent : Les relations (1) et (2) peuvent être combinées en une seule relation : Le panier A est ''*au moins aussi désiré*'' que le panier B. A ≥ B : Cela signifie que l'individu préfère le panier A au panier B ou que l'individu est parfaitement indifférent entre les deux paniers.

---

[1] Elle représente l'utilité d'un bien auquel on peut donner une valeur (chiffrée). Exemple : U(x) = 2 U(y), alors le consommateur aime deux fois plus x que y

[2] On effectue juste des comparaisons entre les paniers, sans valeurs chiffrée. Exemple : $U(x, y) \succ U(x', y')$

[3] Jean- Pascal Gayant, **Microéconomie**, DUNOD, Paris, 2014, P16 .

▶ La relation de préférence possède les propriétés suivantes :

- Tout consommateur est capable de comparer tout panier de biens à un autre de l'ensemble de consommation. Il n'y a pas de panier inclassable par le consommateur. Le consommateur doit pouvoir comparer les 2 paniers A et B : $A \geq B$ ou $B \geq A$. La relation de préférence est une relation **complète**
- Un panier Q_1 est toujours « préféré ou indifférent » "preferred or indifferent" à lui-même, soit $Q_1 \geq Q_1$. La relation de préférence est **réflexive .**
- Si $Q_1 \geq Q_2$ et $Q_2 \geq Q_3$ alors $Q_1 \geq Q_3$. La relation de préférence est **transitive (**is transitive**).**

Les hypothèses d'une relation de préférence « normale »

La microéconomie complète la définition et la caractérisation de la relation de préférence en posant certaines hypothèses pour décrire le comportement « normal » d'un consommateur.

- D'abord, **l'hypothèse de non saturation des préférences** (ou d'insatiabilité) signifie que le consommateur cherche toujours à consommer plus de chaque bien ou d'au moins un des deux biens car cela lui apporte toujours plus d'utilité. Il ne se trouve donc jamais en état de satiété. Nous pouvons par conséquent écrire que, quels que soient les paniers A et B :

$$A(x1, Y1) > B(x2, y2)$$

$$\text{Si } x1 > x2 \text{ et } y1 = y2 \text{ ou si } x1 = x2 \text{ et } y1 > y2$$

$$\text{Ou encore si } x1 > x2 \text{ et } y1 > y2.$$

- Ensuite, l'hypothèse **de convexité des préférences** conduit à supposer que le consommateur préfère les paniers de biens diversifiés ou mixtes aux paniers de biens extrêmes (contenant beaucoup d'un bien et peu de l'autre). Ceci signifie que dans le cas de deux paniers, A et B, équivalents pour le consommateur, le troisième panier, C, formé par combinaison linéaire de A et de B est au moins aussi désiré que A et B. Formellement, cela revient à écrire que :

$$\text{si } A \sim B \text{ et } \lambda \in [0, 1] \text{ et si } C = \lambda A + (1- \lambda) B, \text{ alors } C \geq A \text{ et } C \geq B.$$

Les préférences sont dites strictement convexes lorsque $C \geq A$ et $C \geq B$.

2. La fonction d'utilité :

Soit un individu avec ses gouts propres et deux biens pour simplifier. Etant donné une dotation représentée par les deux nombres q1 et q2, l'individu sera plus au moins satisfait et on note U(q1,q2) une fonction qui permet de mesurer la satisfaction comme si celle-ci était un nombre.

Cette fonction s'appelle fonction d'utilité, chacun ayant évidemment sa propre fonction. Elle dépend des quantités disponibles de biens. [1]

---

[1] Etner François , **Microéconomie**, 3eme édition, puf, Paris, 2012, P44.

La fonction d'utilité permet d'attribuer une valeur numérique aux différents paniers de consommation de telle sorte que les paniers les plus désirables reçoivent des valeurs supérieures. Elle s'écrit sous la forme générale : $U = f(Q1, Q2, \dots . Qn)$ où U représente le niveau de satisfaction et Qi les quantités consommées des différents biens. L'objectif principal est de classer les paniers de consommation selon les préférences du consommateur, les nombres plus élevés étant attribués aux paniers préférés.

Imaginons un sportif qui souhaite consommer des boissons énergétiques pour reconstituer ses réserves de vitamines. On lui propose deux boissons dont les concentrations en vitamines sont différentes : **20% pour la boisson 1** et **30% pour la boisson 2**.

Si le sportif consomme q_1 litres de la boisson 1 et q_2 litres de la boisson 2, l'utilité totale qu'il retire peut être mesurée par la quantité totale de vitamines absorbées. On peut définir une fonction d'utilité U comme suit : $U = 0{,}2q_1 + 0{,}3q_2 = U(q_1, q_2)$

Cette expression représente une **fonction d'utilité linéaire** reflétant les préférences de notre consommateur en termes d'apport vitaminique. L'utilité augmente proportionnellement à la quantité de vitamines consommée, ce qui est cohérent avec l'objectif nutritionnel du sportif.

Nous aurions pu choisir d'autres fonctions pour représenter les mêmes préférences.

Par exemple :

Fonction V: En multipliant U par 10, on obtient : $V = 10U = 2q_1 + 3q_2 = V(q_1, q_2)$

Fonction W : En appliquant le logarithme népérien à U : $W = \log(U) = \log(0{,}2q_1 + 0{,}3q_2)$

Fonction W' : En élevant U au carré : $W' = U^2 = (0{,}2q_1 + 0{,}3q_2)^2$

Toutes ces fonctions V, W, et W' sont des **transformations monotones** de U et représentent les mêmes préférences du consommateur. Puisque V, W, et W' augmentent avec le niveau de satisfaction de l'individu, elles sont toutes des fonctions d'utilité valides associées aux goûts de notre sportif

Pour $q_1 = 10$ litres et $q_2 = 5$ litres, calculons les valeurs des différentes fonctions d'utilité :

Fonction U : $U = 0{,}2(10) + 0{,}3(5) = 2 + 1{,}5 = 3{,}5$

Fonction V : $V = 10 \times 3{,}5 = 35$

Fonction W : $W = \log(3{,}5) \approx 1{,}25$

Fonction W' : $W' = (3{,}5)^2 = 12{,}25$

Ces résultats démontrent que le terme "utilité" ne renvoie qu'à un **indice permettant le classement**, et non à une mesure absolue du bien-être. Ce qui importe, c'est que toutes ces fonctions classent les paniers de consommation dans le même ordre de préférence. Si le sportif consomme un autre panier, par exemple $q_1 = 5$ et $q_2 = 10$, toutes les fonctions d'utilité indiqueront que ce nouveau panier procure plus de satisfaction que le premier, car il contient davantage de vitamines au total.

Cette propriété d'invariance par transformation monotone est fondamentale en théorie microéconomique moderne, où l'utilité est considérée comme **ordinale** plutôt que cardinale

3. Les courbes d'indifférence

Supposons le consommateur fasse face à deux biens X et Y. Sa fonction d'utilité prend alors la forme : **U = f(x, y)** Où x et y désignent les quantités consommées des biens X et Y.

Considérons le tableau suivant qui indique le classement, opéré par un consommateur donné, de plusieurs paniers incluant des quantités données de X et Y.

Tableau I. 3 : Classement des couples (X, Y)

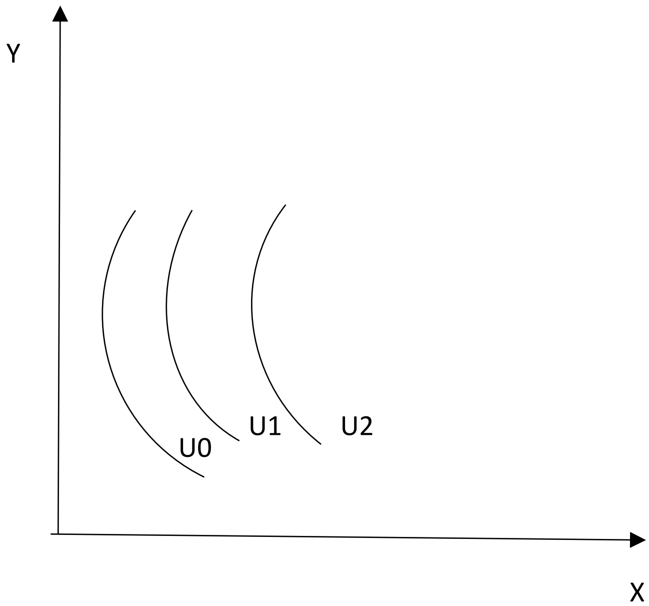
Couples	Quantité de *X*	Quantité de *Y*	Classement
A	1	10	1
B	2	5	1
C	6	2	1
D	9	1	1
E	3	10	2
F	5	5	2
G	6	4	2
H	9	2	2
I	**5**	**12**	**3**
J	6	9	3
K	11	5	3

Le couple le plus préféré est classé au niveau

Les couples A, B, C et D procurent la même satisfaction (le même niveau d'utilité) pour le consommateur. Il en est de même pour les couples E, F, G et H et les couples I, J et K.

Au regard de la définition de la fonction d'utilité (la continuité en particulier), on peut supposer qu'entre A, B, C, et D, il existe d'autres couples procurant le même niveau d'utilité pour le consommateur (il en est de même pour les autres couples classés différemment). On peut ainsi joindre les points A, B, C, et D et obtenir une courbe (U0) matérialisant une infinité couples classés au même niveau, soit graphiquement

Figure I.3: les courbes d'indifférences



Les courbes U0, U1 et U2 représentent des courbes d'indifférence.

Définition : Les préférences du consommateur peuvent être représentées graphiquement par des courbes d'indifférence. Une courbe d'indifférence (ou courbe d'iso-utilité) est le lieu géométrique de tous les paniers de biens qui procurent la même utilité à un consommateur. Les paniers situés sur cette courbe sont donc considérés comme équivalents par le consommateur.

L'ensemble des courbes d'indifférence est appelé carte d'indifférence du consommateur.[1]

Chaque courbe d'indifférence peut être représentée par : f (xi, yi) = c où c désigne le classement des couples (xi, yi) par le consommateur étudié.

Propriétés des courbes d'indifférence

Les propriétés des courbes d'indifférence d'un consommateur sont liées à celles de la relation de préférence ou d'indifférence que nous avons définie. Nous supposons ici que cette relation est réflexive, transitive, complète et qu'elle traduit la non-saturation et la convexité des préférences.

- **Propriété 1 : Les courbes d'indifférence sont décroissantes.** La décroissance des courbes d'indifférence est la conséquence de l'hypothèse de non-saturation des besoins (ou non-satiété) : le consommateur préfère toujours consommer davantage de chacun des biens. Ainsi, si deux paniers Q = (q1, q2) et Q'= (q'1, q'2), avec q'1 > q1, se trouvent sur la même courbe d'indifférence, alors on a nécessairement q'2 < q2. (Si, dans un panier donné, on

[1] Gendron Bruno, L'essentiel de la microéconomie,2e édition Gualino lextenso édition, Paris, 2010, PP 42-43.

augmente la quantité d'un bien il faut diminuer la quantité de l'autre bien pour rester sur la même courbe d'indifférence).

- **Propriété 2 : Plus les courbes d'indifférence ne sont éloignées de l'origine, plus elles correspondent à des niveaux d'utilité élevés pour le consommateur.** Cette propriété est une conséquence de l'hypothèse de non saturation des préférences. Puisque chaque courbe d'indifférence correspond à un niveau d'utilité donné, si un panier contient plus d'au moins un des biens, il procurera plus d'utilité au consommateur et sera alors situé sur une nouvelle courbe d'indifférence, plus haute.
- **Propriété 3 : Les courbes d'indifférence ne se coupent pas.** Ceci va être démontré par contradiction supposons, comme représenté sur la figure ci-dessous, que deux courbes d'indifférence se croisent ; prenons P1 et p3 sur la première des deux courbes d'indifférence. Imaginons une seconde courbe qui croise la première en P1. La première courbe indique que l'on est indifférent entre P1 et P3, mais la seconde courbe indique que l'on est indifféré entre p1 et p2. Donc, par transitivité, on doit être indiffèrent entre p2 et P3. Mais ceci est impossible puisque P3 permet de consommer autant de y mais plus de x (P2 et P3 ne sont pas situés sur la même courbe.), P3 est donc nécessairement préféré à P2. Deux courbes ne peuvent doc jamais se croiser
- **Propriété 4 : Les courbes d'indifférence sont en général convexes par rapport à l'origine.** Cette propriété résulte de l'hypothèse de convexité des préférences. Soient A et B deux paniers équivalents pour le consommateur. Le panier C, mélange des paniers A et B et situé sur le segment de droite [AB], est préféré à A et à B.

Exemple : Le panier P1 = (5,1) et le panier P2 = (1,5) sont des paniers peu équilibrés : ils contiennent cinq fois plus d'un bien que de l'autre. Imaginons maintenant une combinaison linière de ces deux paniers, par exemple la moyenne des deux paniers, qui sera le panier P3= (3,3), si l'agent avait un gout pour la diversité, le panier de consommation P3 devrait se trouver sur une courbe d'indifférence plus éloignée de l'origine, ce qui est le cas sur la figure ci-dessous, cela vient de ce que la courbe est convexe par rapport à l'origine.

4. Le taux marginal de substitution entre produits

La courbe U_0 désigne un nombre infini de couples classés au même niveau par le consommateur. Le déplacement de *B* à *A* n'influe pas sur le niveau d'utilité mais fait varier les quantités consommées de *X* et *Y*. En effet, la quantité consommée de *Y* diminue de ΔY tandis que la quantité consommée de *X* augmente de ΔX. Le taux de remplacement de *Y* par *X* le long de la courbe U_0 prend alors la forme $\Delta Y/\Delta X$. Ce rapport constitue une estimation de la pente de la courbe U_0. La quantité - $\Delta Y/\Delta X$ est appelée taux marginal de substitution (TMS).

(Lorsque le consommateur passe du panier A au panier équivalent B, il substitue 2 unités de bien y à une unité de bien x. Le taux de substitution est alors égal à $\frac{\Delta y}{\Delta x}$= -2). La convention entre économistes est d'exprimer ce taux en valeur absolue et donc, d'étudier le rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, soit

- $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Les biens étant supposés divisibles, les variations de leurs quantités peuvent être infiniment petites (infinitésimales). C'est pour cela qu'il faut définir la notion de taux marginal de substitution (TMS) qui donne la limite du taux de substitution du bien y au bien x lorsque Δx tend vers zéro.

Ainsi, on a : $\text{TMS} = \lim_{\Delta x \to 0} -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{dy}{dx}$

Définition : Le taux marginal de substitution (TMS) du bien X au bien Y est défini comme la quantité du bien Y que le consommateur est prêt à céder contre une unité supplémentaire du bien X de telle sorte que la procédure n'affecte pas son niveau d'utilité ou de satisfaction.

Nous savons qu'une variation des quantités consommées des biens X et Y, implique normalement une modification du degré d'utilité. Appelons **dU** la modification de l'utilité totale **UT= f (x, y)**, suite aux variations **dx** et **dy** respectivement de la quantité **x** du bien X et de la quantité **y** du bien Y. Par ailleurs on se rappelle que UMx = $\frac{\partial UT}{\partial x}$et UMy =$\frac{\partial UT}{\partial y}$ comme on se rappelle que les utilités marginales représentent les variations de l'utilité totale suite à une variation **unitaire** de x (ou de y). La variation de l'utilité totale dU sera donc égale à :

dUt = UMx.dx + UMy.dy ou encore **dUt =** $\frac{\partial UT}{\partial x}$**.dx** +$\frac{\partial UT}{\partial y}$**.dy,** équation qui représente la différentielle totale de l'équation **UT= f (x, y)**

Si le consommateur **I** désire conserver **le même niveau d'utilité** tout en substituant une quantité de X à une quantité de Y, cela signifie qu'il reste sur **la même courbe d'indifférence**. Cela signifie aussi que UT= f (x, y) = U0, où U0 reste **constant** lorsque changent les quantités consommées. On a alors **dUT = 0** (la variation de l'utilité totale est égale à 0). Autrement dit :

$\frac{\partial UT}{\partial x}$**.dx** +$\frac{\partial UT}{\partial y}$**.dy**= 0 ⇒ $\frac{\partial UT}{\partial x}$**.dx** = - $\frac{\partial UT}{\partial y}$**.dy** Ce qui donne, en définitive :$\frac{\frac{\partial UT}{\partial x}}{\frac{\partial UT}{\partial y}} = \frac{umx}{umy} = -\frac{dy}{dx}$

- Par définition, la quantité (- dy/dx) est le taux marginal de substitution de X à Y. On vient de démontrer que le TMS est égal au rapport des utilités marginales des deux biens.
- Etant donné que les utilités marginales sont décroissantes le TMS est décroissant lors d'un déplacement de haut en bas le long de cette courbe (Il n'a donc pas la même valeur pour chaque panier d'une courbe d'indifférence convexe). En effet, pour un panier situé en haut de la courbe, le consommateur valorise fortement le bien x qu'il détient en petite quantité

et faiblement le bien y, abondant. Il ne sera donc prêt à est prêt à en sacrifier une « grande quantité » pour obtenir un peu plus de X, qu'il possède en petite quantité. À l'opposé, pour un panier situé sur la partie basse de la courbe, c'est le bien y qui est plus fortement valorisé que le bien x. Le consommateur exigera beaucoup de bien X pour accepter de réduire sa consommation de bien. Le TMS pour ce panier est donc plus faible que celui calculé pour le panier précédent.

Le principe du TMS décroissant stipule que plus une personne consomme du bien X en proportion du bien Y , moins elle sera disposée à échanger des quantités de Y contre une unité supplémentaire de X[1]

Ⅲ. La maximisation de l'utilité

La théorie du comportement du consommateur avance que ce dernier possède un revenu limité et agit de telle sorte à maximiser son utilité ou sa satisfaction en dépensant tout son revenu. L'objectif peut être ainsi résumé dans la recherche d'un maximum d'utilité sous la contrainte d'un budget limité.

- ▶ Le problème du consommateur est donc un problème lié à une fonction d'utilité qu'il cherche à maximiser et un budget limité qui lui constitue une contrainte.

La maximisation de la fonction d'utilité sous contrainte du budget est schématisée dans un système d'équations : $\begin{cases} \quad Max \ U = f(x,y) \\ S/C \quad R = XPx + Y\,Py \end{cases}$

1. Détermination du maximum d'utilité par le recours au multiplicateur de Lagrange :

Le consommateur a pour objectif la maximisation de U = f(x, y)

Sous la contrainte R – xPx – yPy = 0

La méthode de Lagrange consiste à maximiser une nouvelle fonction L qui varie en fonction des variables contenues dans U et d'une nouvelle variable λ appelée, le multiplicateur de Lagrange.

L= f (X,Y, λ) = U + λ g Avec g = R – X Px – Y Py

La fonction de Lagrange s'écrit alors sous la forme :

L = f(x, y) + λ(R – xPx – yPy)

La condition nécessaire pour que L admette un maximum, est que ses dérivées partielles par rapport à toutes les variables s'annulent en même temps. Ainsi, le problème consiste donc à résoudre un système d'équations composé de 3 équations et de 3 inconnues.

[1] Krugman Paul, Wells Robin, **Microéconomie**, de boeck, traduction de la 2eme édition américaine par Laurent Baechler, Paris, 2009, P489.

$$L_x = f_x - \lambda P_x = 0$$

$$L_y = f_y - \lambda P_y = 0$$

$$L\lambda = R - xP_x - yP_y = 0$$

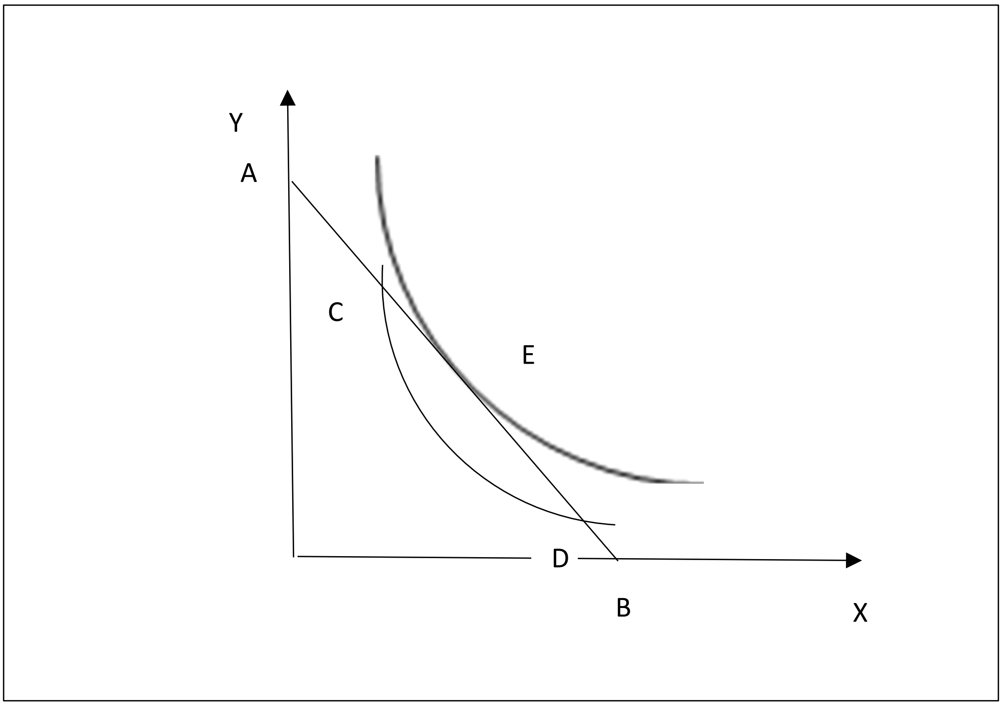
En considérant les deux premières équations on peut écrire :

▶ $f_x/f_y = P_x/P_y = \text{TMS}$ ou $f_x/P_x = f_y/P_y = \lambda$

2. Détermination géométrique de l'optimum du consommateur :

La carte d'indifférence désigne le classement établi par un consommateur donné, selon ses préférences, de divers paniers de biens tandis que l'espace budgétaire indique les couples que le consommateur pourrait acheter avec son revenu limité. Considérons la figure suivante :

Figure I. 4. Détermination de l'optimum du consommateur



Le consommateur tente de maximiser son utilité sous la contrainte d'un budget limité. On peut remarquer que tous les points à l'intérieur de l'espace budgétaire (le triangle *OAB*) sont à la portée du consommateur. Par contre, les points à l'extérieur du triangle *OAB* sont hors de portée du consommateur. Si le consommateur décide de dépenser la totalité de son revenu, il doit donc choisir un point sur la droite *AB*. Supposons que le consommateur choisisse le point *D* qui représente une intersection de *AB* et de la courbe U_1.

Tout point à droite de *D* est situé sur une courbe d'indifférence représentant un niveau d'utilité inférieur à U_1. Par contre, à gauche de *D*, le niveau d'utilité augmente. Par conséquent, le consommateur doit déplacer son choix vers un point situé à gauche de *D*.

Tout point à gauche de *C* est situé sur une courbe d'indifférence représentant un niveau d'utilité inférieur à U_1. Par contre, à droite de C, le niveau d'utilité augmente. Par conséquent, le consommateur doit déplacer son choix vers un point situé à droite de *C.*

Avec l'argumentation précédente, on peut anticiper sur la position du point d'équilibre *E* qui désigne le couple offrant le maximum d'utilité au consommateur. En effet, à droite comme à gauche de *E*, le niveau d'utilité diminue. Par conséquent, *E* est le point d'équilibre du consommateur.

4. Le rapport des prix et des utilités marginales des biens :

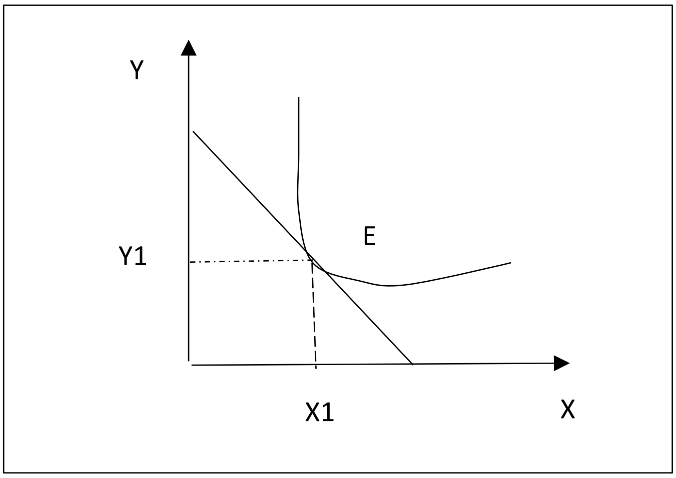
$$f_x/f_y = P_x/P_y = \text{TMS}$$

ou

$$f_x/P_x = f_y/P_y = \lambda$$

La première équation souligne qu'au point d'équilibre (qui correspond au maximum de l'utilité si les conditions de second ordre sont satisfaites) le TMS doit être égal au rapport des prix tandis que la deuxième équation révèle que le consommateur atteint une satisfaction optimale lorsque l'utilité marginale du bien *X*, pondérée par son prix, et l'utilité marginale du bien *Y,* pondérée par son prix, sont toutes deux égales à λ (**deuxième « loi de Gossen** »).

Figure I .5 : L'équilibre du consommateur



Au point *E* la droite budgétaire et la courbe d'indifférence ont des pentes égales, ce qui revient à dire qu'au point *E* le TMS est égal au rapport des prix.

Note **:** Les conditions de deuxième ordre pour la maximisation de *L* requièrent que le *Hessien borné* H_{b2} soit supérieur à 0, soit :

$$H_{b2} = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} & -p_x \\ f_{yx} & f_{yy} & -p_y \\ -p_x & -p_y & 0 \end{vmatrix} > 0$$

Etant donné l'hypothèse de continuité des fonctions étudiées, $f_{xy} = f_{yx}$. Le point d'équilibre du consommateur est en général unique étant donné les hypothèses de non saturation et de convexité des préférences.

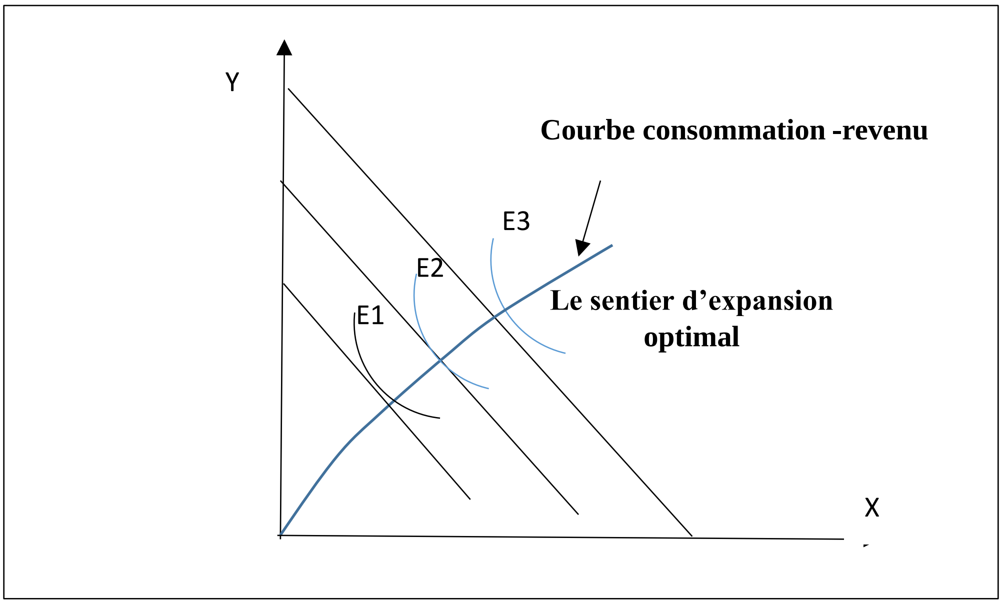
Ⅳ. Variation de l'environnement du consommateur :

Dans l'analyse de base du comportement du consommateur, on suppose le plus souvent que son environnement économique est **fixe** : le revenu monétaire est donné et les prix des biens restent constants. Cette hypothèse permet de déterminer un point d'équilibre unique, où le consommateur maximise son utilité sous une contrainte budgétaire bien définie. Cependant, dans la réalité économique, ni le revenu ni les prix ne restent inchangés : ils évoluent dans le temps et modifient en permanence les possibilités de consommation offertes à l'individu.
L'objectif de cette section est donc d'étudier comment le consommateur adapte ses choix lorsque son environnement se transforme, en particulier dans deux situations fondamentales : la variation du revenu monétaire et la variation du prix d'un bien.

1. La variation du revenu monétaire.

En général, une variation du revenu du consommateur entraîne une variation des quantités consommées.
Supposons que le revenu du consommateur augmente de R_1 à R_2 puis à R_3 au temps t_1, t_2 et t_3. La contrainte budgétaire se déplace alors vers la droite, l'espace budgétaire s'agrandit et le consommateur peut ainsi consommer des quantités plus importantes de X et Y. Ces quantités supplémentaires permettent ainsi au consommateur de ressentir une plus grande utilité. Considérons le graphe suivant :

Figure Ⅰ .5 : La courbe consommation revenu



Les droites budgétaires 1, 2 et 3 s'écrivent sous la forme :

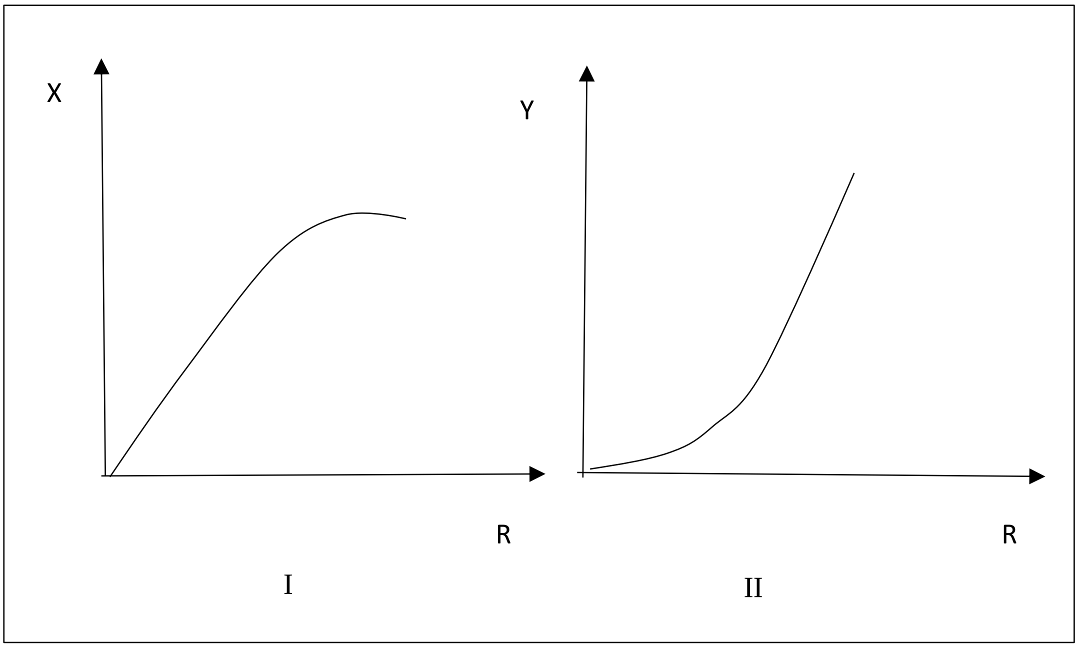
$$R_1 = xP_x + yP_y \quad \text{ou} \quad y = (1/P_y)R_1 - (P_x/P_y)x$$
$$R_2 = xP_x + yP_y \quad \text{ou} \quad y = (1/P_y)R_2 - (P_x/P_y)x$$
$$R_3 = xP_x + yP_y \quad \text{ou} \quad y = (1/P_y)R_3 - (P_x/P_y)x$$

Les droites budgétaires ont une même pente et sont par conséquent parallèles. Si les différents points d'équilibre sont reliés entre eux, on obtient une courbe (la courbe *OA* sur le graphe précédent) dont les points représentent des points d'équilibre du consommateur lorsque le revenu varie tandis que les prix demeurent constants.

La courbe de consommation-revenu : la courbe qui relie l'ensemble des points d'équilibre lorsque le revenu varie, toutes choses égales par ailleurs (en particulier, les prix demeurent constants). En tout point de cette courbe, le TMS est égal au rapport des prix.

A partir des informations contenues dans la courbe de consommation revenu, on peut construire une relation entre la quantité demandée ou consommée d'un bien et le revenu, soit graphiquement :

Figure I . 6 : Les courbe d'Engel



La courbe d'Engel indique une relation entre la quantité demandée ou consommée d'un bien et le niveau du revenu. Mise en évidence au 19éme siècle par l'économiste allemand ENGEL, la courbe qui porte son nom est la courbe de demande d'un bien en fonction de revenu

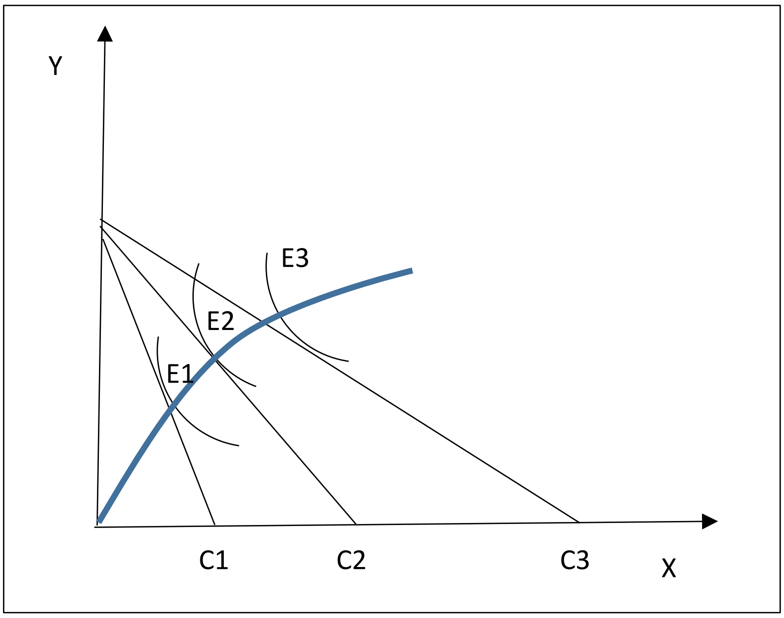
Le graphe I montre que le taux de variation de la consommation du bien est inférieur au taux de variation du revenu. Le bien en question est alors considéré comme un bien nécessaire ou de consommation.[1]

Le graphe II montre que le taux de variation de la consommation du bien est supérieur au taux de variation du revenu. Le bien en question est alors considéré comme un bien de luxe.

2. Variation du prix :

Supposons cette fois-ci que le prix de X diminue de P_{x1}, à P_{x2} puis à P_{x3} alors que le prix de Y et le revenu demeurent constants. Cette situation est visualisée à travers le graphe suivant :

Figure I .7 : La courbe consommation -prix



Au départ le consommateur atteint son équilibre au point e_1. Après la baisse de P_x, la droite budgétaire pivote autour du point A (vers la droite) et le consommateur se déplace vers le nouveau point d'équilibre e_2.

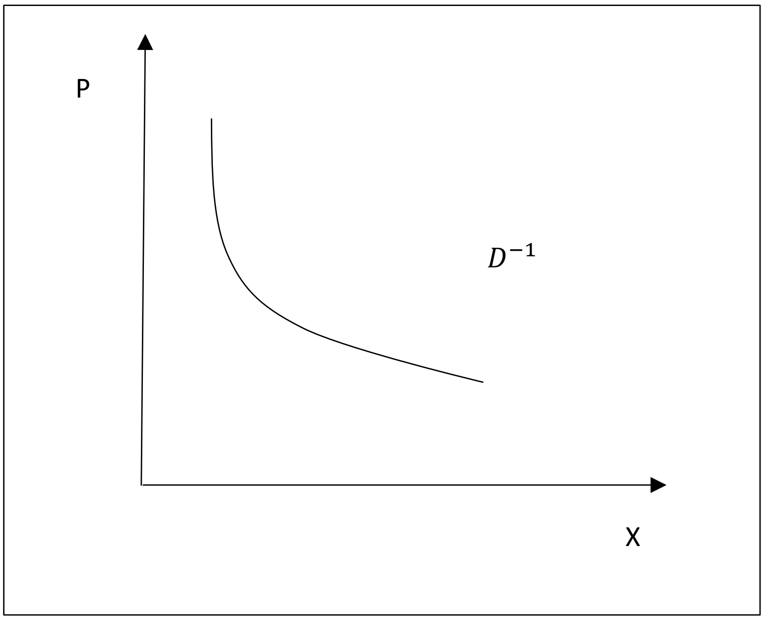
La courbe de consommation-prix désigne l'ensemble des points d'équilibre du consommateur (la courbe OC sur le graphe précédent) lorsque le rapport des prix varie tandis que le revenu du consommateur demeure constant.

V. Fonction de demande

En partant des informations véhiculées par la courbe de consommation-prix, on peut établir une relation entre les quantités demandées ou consommées du bien X par le consommateur étudié et le prix de ce bien. Comme le montre le graphe suivant :

[1] Duthil Gérard, Vanhaecke Dominique**, Initiation a la microéconomie**, ellipses, Paris, 1995 ,P39.

Figure I . 8 : La courbe de demande individuelle (l'approche ordinale)



La courbe de demande individuelle indique la relation qui existe entre la quantité demandée ou consommée d'un bien par un consommateur donné et le prix de ce bien.

Note : la quantité demandée d'un bien est une fonction décroissante du prix du bien. Cette proposition est désignée par la **loi de la demande**.

1. Construire la courbe de demande :

En général, la fonction de demande individuelle peut être déduite des conditions de premier ordre de la maximisation de l'utilité. En effet, supposons qu'un consommateur ait une fonction d'utilité de la forme : $U = xy$, qu'il possède un revenu $R°$ et affronte les prix P_x et P_y. La fonction de Lagrange s'écrit alors sous la forme :

$$L = xy + \lambda(R° - xPx - yPy)$$

Les conditions de premier ordre s'écrivent :

$L_x = L_y = L_\lambda = 0 \rightarrow x = R°/2P_x$; $y = R°/P_y$

Remarques

1- La demande est une fonction décroissante du prix du bien
2- La relation entre quantité demandée et prix et revenu est une relation biunivoque (convexité des courbes d'indifférence qui implique un seul point d'équilibre)
3- Les fonctions de demande sont homogènes de degré zéro (le consommateur n'est pas sujet à l'illusion monétaire, si les prix et le revenu varient d'une même proportion, la quantité demandée demeure inchangée)

4- Pour déterminer l'equation de la courbe d'Engel du bien X, il sufit de remplacer dans la fonction de demande de ce bien les prix unitaires Px et Py par leur valeur : $X = f(R, Px, Py)$ avec Px et Py fixés

Exemple : supposons que la fonction d'utilité d'un consommateur donné prenne la forme : $U = 2xy + 3y$.

a- Déterminer la fonction de demande de X.

b- Déterminer la courbe de consommation-revenu.

c- Déterminer la courbe d'Engel du bien X si $P_x = 12$ et $P_y = 21$

Solution

La fonction de Lagrange prend la forme :

$$L = 2xy + 3y + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$

Les conditions de premier ordre s'expriment sous la forme

$$L_x = 2y - \lambda P_x = 0$$

$$Ly = 2x + 3 - \lambda P_y = 0$$

$$L_\lambda = R - xP_x - yP_y = 0$$

En manipulant les équations précédentes on peut aboutir à $x_d = (2R - 3P_x)/4P_x$.

En utilisant les deux premières équations, on peut aboutir à : $y = (P_x/P_y)x + (3/2)(P_x/P_y)$. On remarquera que la fonction de consommation-revenu ne contient pas le paramètre R, puisque cette fonction désigne des points d'équilibre quelle que soit la valeur de R.

- En utilisant la contrainte budgétaire et en remplaçant y donné par sa valeur dans la fonction de consommation-revenu on peut aboutir à : $x = (1/24)R - 3/4$.

1. L'élasticité prix de la demande (L'élasticité directe)

L'élasticité prix permet d'évaluer la sensibilité de la quantité demandée d'un bien et d'un service, quand tous les facteurs qui influent sur les intentions d'achat, autres que le prix, restent constants. [1]

L'élasticité prix de la demande se calcule selon la formule suivante :

$$\text{L'élasticité prix de la demande} = \frac{\textit{Pourcentage de variation de la quantité demandé}}{\textit{Pourcentage de variation de prix}} = \frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta p}{p}}$$

Ep= exx= $\left|\frac{\partial x}{\partial px} * \frac{px}{x}\right|$: cette formule **(élasticité point)** s'applique au cas où la fonction de demande est formulée mathématiquement

[1] Michael Parkin, Robin Bade, Patrick Gonzalez, **Introduction à la microéconomie moderne,** ERPI, 4eme édition, Québec, 2011.

Ep= exx= $\left|\left(\frac{x1-x2}{p1-p2}\right) * \left(\frac{p1+p2}{x1+x2}\right)\right|$: cette formule **(élasticité d'arc)** s'applique au cas où seuls quelque points de la courbe de demande sont connus.

La demande étant généralement une fonction décroissante du prix, la valeur calculée de l'élasticité est négative. Cependant, c'est la valeur absolue de l'élasticité-prix de la demande qui indique le degré de sensibilité de la quantité demandée son degré d'élasticité. Pour comparer des élasticités- prix de la demande, on utilise par convention la valeur absolue de l'élasticité.

Plus la demande d'un bien est élastique, plus la quantité demandée réagit à une variation du prix

Une élasticité prix = - a (a > 0) signifie qu'une variation du prix de 1% provoque une variation en sens inverse de la demande de a%.

2. Le cas des demandes a élasticité constante

Une fonction de demande possède une élasticité constante lorsque l'élasticité-prix reste la même en tout point de la courbe de demande. Autrement dit, quelle que soit la valeur du prix, la variation en pourcentage de la quantité demandée, en réponse à une variation en pourcentage du prix, est toujours proportionnelle avec un même coefficient.

Ce cas diffère des courbes de demande linéaires classiques, où l'élasticité varie selon la position sur la courbe. La forme mathématique générale d'une fonction de demande à élasticité constante s'écrit: $\boldsymbol{X = aP^{-c}}$

où a et c sont des constantes positives, X représente la quantité demandée et P le prix. Dans cette formulation, l'élasticité de la demande est égale à c et reste constante quel que soit le niveau de prix considéré.

Pour démontrer que l'élasticité est constante, calculons l'élasticité-prix de la demande. L'élasticité-prix se définit comme :

$$ep = -\frac{dX}{dP} \times \frac{P}{X}$$

Pour la fonction $X = aP^{-c}$, la dérivée première est: $\frac{dX}{dP} = -acP^{-c-1}$

En substituant dans la formule de l'élasticité :

$$Ep = acP^{-c-1} \times \frac{P}{aP^{-c}} = acP^{-c-1} \times \frac{P}{aP^{-c}} = c$$

Ainsi, l'élasticité est égale à c, indépendamment du prix P. C'est la seule classe de fonctions de demande pour laquelle l'élasticité demeure constante le long de toute la courbe.

Exemple numérique : Supposons : $X = 100P^{-2}$

Ici, $a = 100$ et $c = 2$, donc l'élasticité-prix est constante et vaut $ep = 2$.

- Si $P = 1$, alors $Q = 100 \times 1^{-2} = 100$.
- Si le prix augmente de 10% (de 1 à 1,1), la baisse de quantité sera d'environ 20% (cohérent avec l'élasticité 2).

3. Les principaux cas d'élasticité

- exx $\rightarrow +\infty$: la demande est parfaitement élastique.
- exx > 1 : la demande est élastique : une variation du prix entraine une variation inverse plus que proportionnelle des quantités demandées $\rightarrow$ bien de luxe
- 0 < exx <1 : la demande est inélastique : une variation du prix entraine une variation inverse moins que proportionnelle des quantités demandées $\rightarrow$ bien nécessaire.
- Exx =1 : la demande est d'une élasticité unitaire : une variation du prix entraine une variation inverse proportionnelle de quantités demandées.
- Ex = 0 : la demande est rigide : la variation du prix n'a aucune incidence sur les quantités demandées.

4. Les élasticités partielles de la demande

La demande d'un bien ne dépend pas uniquement de son propre prix, mais elle peut également être influencée par d'autres variables économiques telles que le prix des biens substituables ou complémentaire, ainsi que le niveau de revenu des consommateurs

L'élasticité croisée : est une **mesure** la sensibilité de la quantité demandée d'un produit a une variation du prix d'un substitut ou d'un complément de ce produit des consommateurs, quand tous les autres facteurs restent constants.

L'élasticité croisée de la demande se calcul selon la formule suivante :

$$\text{exy} = \frac{\partial x}{\partial py} * \frac{py}{x}$$

- Exy = 0 : les biens considérés comme indépendant.
- Exy < 0 : les biens sont complémentaires.
- Exy > 0 : les biens sont substituables.

L'élasticité- revenu : est une mesure la sensibilité de la quantité demandée d'un bien ou d'un service a une variation du revenu des consommateurs, quand tous les autres facteurs restent constants.

L'élasticité- revenu de la demande se calcul selon la formule suivante :

$$\text{er} = \frac{\partial x}{\partial R} * \frac{R}{x}$$

On distingue trois sortes L'élasticité- revenu de la demande, selon qu'elle :

- er < 0 : bien inferieur : un bien est inférieur si la quantité consommée de ce bien diminue à la suite d'une augmentation du revenu.
- 0 ≤ er ≤ 1 : bien normal nécessaire, demande élastique par rapport au revenu
- er > 1 : bien normal de lux , demande inélastique par rapport au revenu

VI. L'effet de substitution et l'effet de revenu :

Soit l'équilibre du consommateur au point E1(x1, y1). Une baisse de prix de x modifie la solution d'équilibre qui alors représentée par le point E2(x2, y2). Le passage du point E1 au point E2 peut être décomposé en deux étapes : **l'effet de substitution et l'effet de revenu.**[1]

- Comme le prix du bien Y n'a pas varié, le rapport des prix s'est modifié. De manière relative, le bien y est devenu plus cher. Par conséquent, le consommateur aura tendance à acheter davantage le bien dont le prix a baissé. Ceci décrit **l'effet de substitution**.
- Comme le revenu de consommateur n'a pas changé, la baisse du prix du bien x provoque un accroissement relatif de revenu, c'est-à-dire une augmentation du pouvoir d'achat du consommateur. Ce dernier n'est pas obligé de diriger la totalité de ce supplément de pouvoir d'achat vers, il peut s'en servir pour consommer à la fois plus de bien x et plus de bien y, ou encore uniquement plus de bien y. cela dépend de ses préférences. Ceci décrit **l'effet de revenu.**

Exemple : deux biens : chocolat et jus, le prix du chocolat diminue (celui du jus est inchangé). D'une part le chocolat devient moins cher que le jus : l'agent décide donc de substituer des boites de chocolat à des bouteilles de jus (effet de substitution). D'autre part le pouvoir d'achat de l'agent augmente (effet de revenu) : (revenu nominal constant)

1. Présentation de Slutsky (raisonner à pouvoir d'achat constant) :

Montrer le cheminement du point initial jusqu'au nouveau point d'équilibre en prenant comme point fixe ce choix optimal initial ; comment isoler l'effet de substitution qui résulte d'un nouveau rapport entre les prix ?

L'effet de substitution : mis en évidence en supposant temporairement quand le prix d'un des biens baisse que le revenu est ajusté pour conserver le panier de biens initial ; 2 étapes :

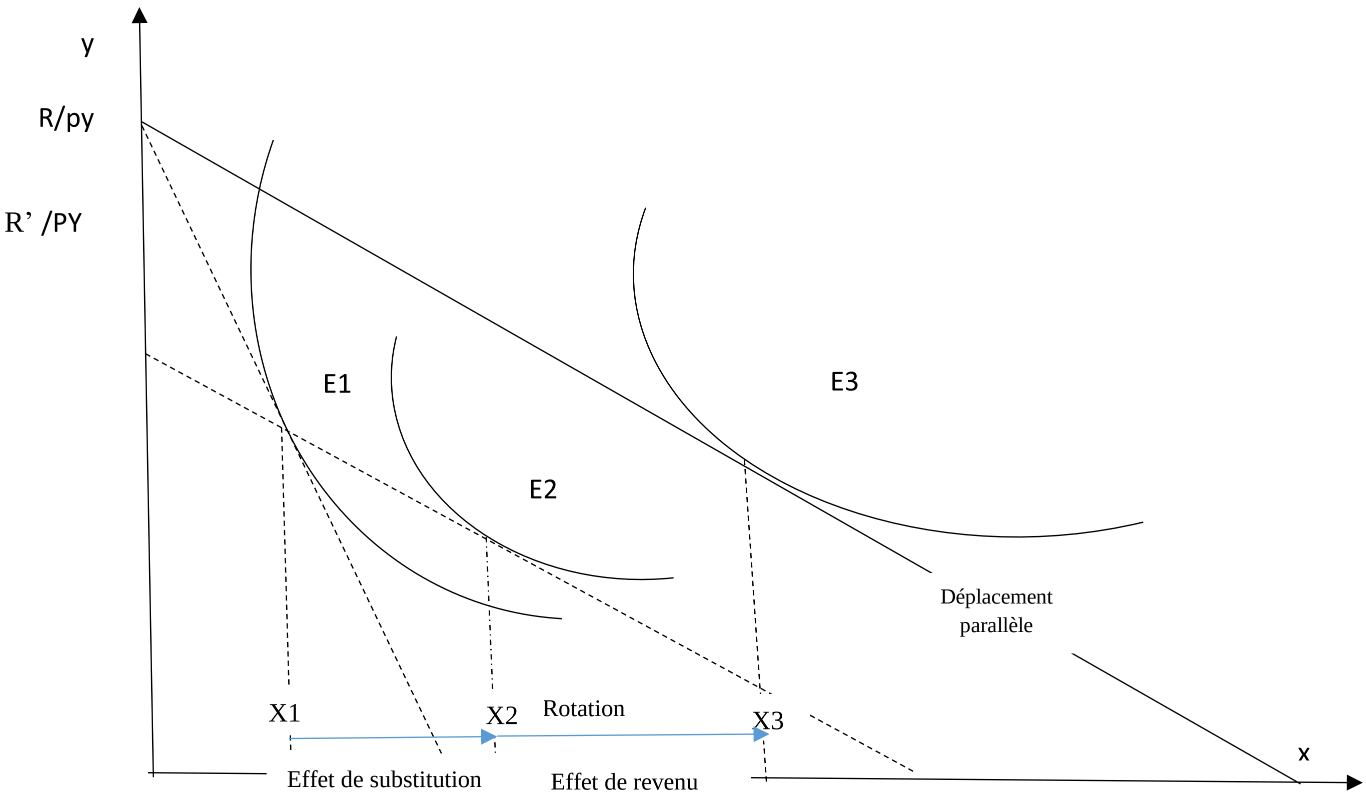
1- rotation autour du choix initial pour donner une droite de budget qui tient compte du nouveau rapport des prix

2- le panier initial est toujours accessible mais le consommateur substitue le bien x_1 au bien x_2 pour adapter le TMS au nouveau rapport des prix

→ le choix optimal passe de E_1 à E_2

[1] Pierre Médan, **Microéconomie**, DUNOD, 5eme edition, Paris, 2015, P 24.

Figure I. 9 : L'effet de substitution et l'effet de revenu d'après slutsky



La droite de budget temporaire intègre le nouveau prix mais on a compensé la hausse de pouvoir d'achat en réduisant le revenu de R à R' : la demande correspondant à E_2 est la « demande compensée »

b) restauration du vrai revenu qui n'a pas changé : translation de la droite de budget pour donner le nouveau point optimal E_3, c'est l'effet de revenu de la variation de prix.

Illustration formalisée :

Si on appelle R' le nouveau niveau de revenu qui correspond à un maintien du pouvoir d'achat on a :

$R' = p_x' x_1 + p_y y1$……..(1)

$R = p_x x_1 + p_y y1$………(2)

Retranchons la deuxième de la première pour avoir la relation suivante :

$(R - R') = x_1 (p_x - p_x') \rightarrow \quad \Delta R = x_1 \Delta P_x$

La compensation du revenu est déterminée par le montant de la variation du prix et le niveau de la consommation du bien (si le prix baisse le revenu compensé baisse aussi).

L'effet de substitution : On utilise le terme de demande compensée (x2) : demande qui représente l'effet de substitution liée à une variation de prix et qui est obtenue en compensant la variation de pouvoir d'achat qu'elle implique passage du point E_1 au point E_2 soit :

$$\mathbf{ES = \Delta x^s = x_2(p_x', R') - x_1(p_x, R)}$$

L'effet de revenu : déplacement de la droite de budget parallèle à la droite « provisoire » : correspond à la réintroduction du revenu effectif (inchangé) dans le nouveau système de prix : donne le point E_3

$$\mathbf{ER = \Delta x^r = x_3\,(px', R) - x_2\,(p_x', R')}$$

L'effet de revenu est la variation de la demande du bien **X** lorsque le revenu passe de **R**' a **R** et que le prix du bien est maintenu au niveau Px

La somme des deux effets donne la variation totale de la demande :

$$ET = ES + ER = [\, x_2(p_x', R') - x_1\,(p_x, R)] + [\, x_3(p_x', R) - x_2\,(p_x', R')]$$
$$= x_3(p_x', R) - x_1\,(p_x, R)$$

Exemple : revenu de 120 et prix du bien de 3, la fonction de demande est $x_1 = 10 + \frac{R}{10p1}$

Ce qui donne une demande de : $x_1\,(P_x, R) = 10 + \frac{120}{10*3} = 14$

- le prix passe à 2
- la variation de revenu compensatoire est : $\Delta R = x_1\,\Delta\, p_1 = 14 * (2-3) = -14$
- donc un nouveau niveau de revenu de : $R' - R = -14 \Rightarrow R' = 120 - 14 = 106$ et une nouvelle demande : $x_2(P_x', R') = 10 + \frac{106}{10*2} = 15.3$
- l'effet de substitution est de : $x_2(p_x', R') - x_1(p_x, R) = 15.3 - 14 = +1.3$
- calcul de l'effet de revenu :

nouvelle demande : $x_3\,(p_x', R) = x_3\,(2, 120) = 10 + \frac{120}{10*2} = 16$

soit un effet de : $\Delta x^r = x_3(p_x', R) - x_2\,(p_x', R') = 16 - 15.3 = +0.7$

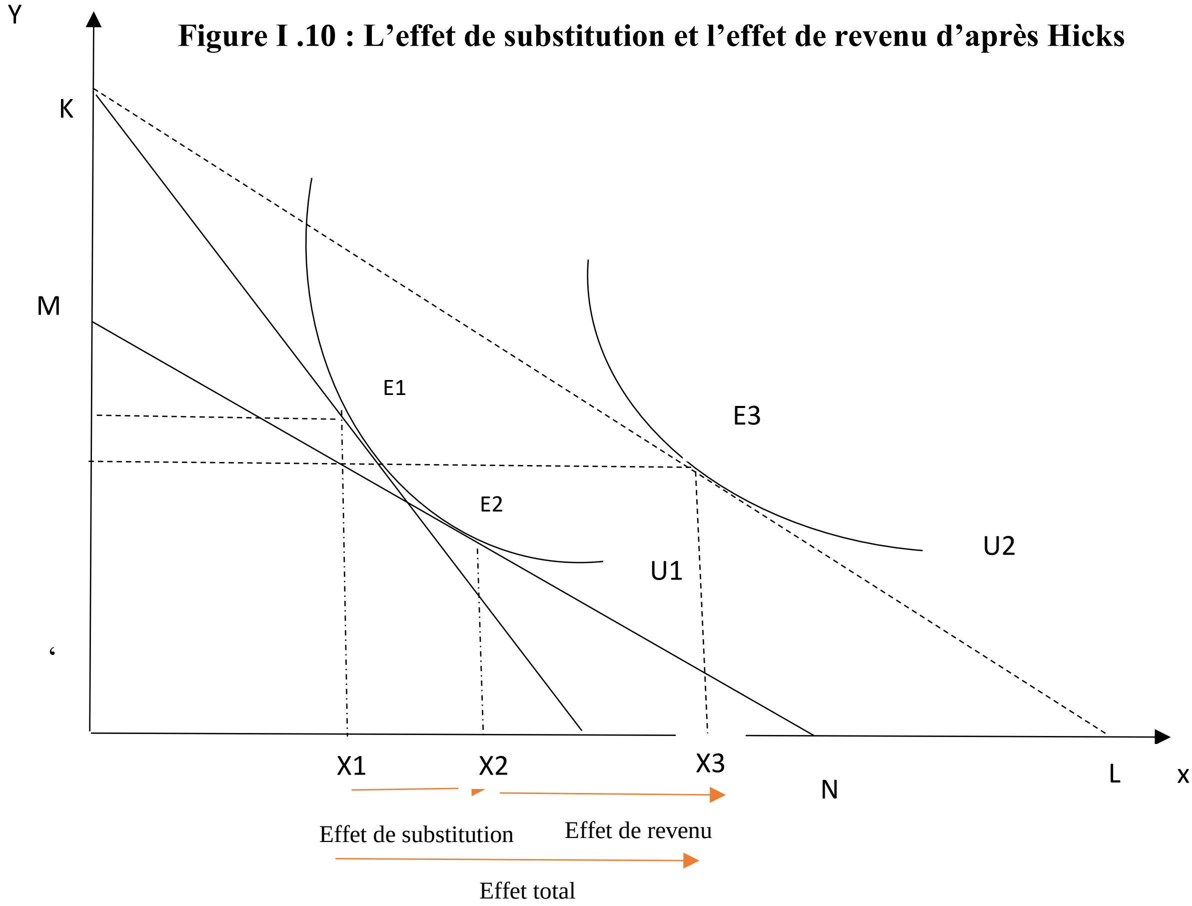
Remarques :

- Effet de substitution : toujours contraire à la variation du prix
- Effet revenu : dans le sens de la variation du pouvoir d'achat, sauf bien inférieur
- En général l'effet total est une variation dans le sens contraire de la variation de prix, sauf pour un bien inférieur consommé en quantité importante : l'effet de revenu est en sens contraire et d'une taille suffisante pour faire plus que compenser l'effet de substitution

2. Présentation de Hicks (raisonner à utilité constante) :

Du fait de la variation d'un des prix, le taux de substitution du marché change. Ainsi, l'individu s'ajustera premièrement de sorte à rester sur sa courbe d'indifférence initiale. Ensuite, il s'ajustera en fonction de son pouvoir d'achat additionnel.

Figure I .10 : L’effet de substitution et l’effet de revenu d’après Hicks



Supposons que l’optimum d’un consommateur donné correspond au point E1 sur la courbe d’indifférence U1. Lorsque le prix du bien X Px, diminue le nouvel optimum correspond au point E3 sur la courbe d’indifférence plus élevée U2. Maintenant en conservant le prix inferieur Px, imaginerons que l’on retire juste assez de revenu pour laisser le consommateur sur l’ancienne courbe d’indifférence U1. Cela se traduit par la contrainte budgétaire MN parallèle a KL* et tangente a la courbe d’indifférence U1 au point E. puisque E1 et E2 sont sur la même courbe d’indifférence, le revenu réel est inchangé. Ainsi cette procédure isole l’effet de substitution pur d’un changement de prix. Les achats complémentaires de biens X dus au seul effet substitution correspondent à l’écart X2 – X1

L’effet revenu d’un changement de prix correspond au passage de E2 a E3. La quantité supplémentaire de bien X achetée du fait de l’effet revenu est E 3-E2. Ainsi le changement global E1 a E3 peut être décomposé en deux phases : de E1 a E2 (l’effet de substitution pur) et ensuite de E2 a E3 (l’effet revenu) [1]

Conclusion : la méthode de Slutsky consiste à raisonner à pouvoir d’achat constant tandis que la méthode de Hicks consiste à raisonner à utilité constante. Les deux méthodes s’opposent en

[1] Jack Hirshleifer, Amihai Glazer, David Hirshleifer, **Microéconomie: Théories et applications,** traduction de la 7eme edition anglaise par Claire Borsenberger, De boeck, Bruxelles, 2009, P 146.

définitive sur la définition de la notion de revenu réel : pour Slutsky **,** le revenu réel est constant lorsque il permet d'acquérir le même panier de biens qu'initialement, en dépit de la variation du prix du bien et indépendamment de la carte d'indifférence du consommateur, alors que pour Hicks le revenu réel est constant lorsque il permet de conserver le même niveau d'utilité qu'initialement.

Remarque : on associant l'effet de substitution et l'effet de revenu , nous pouvons en d'duire l'effet total d'une variation de prix ; trois types de biens, biens normaux, biens inferieur et biens Giffen ; sont définit selon l'effet total d'une variation de prix et l'effet de revenu associés[1].

Tableau I : Les effets sur la consommation lorsque Px diminue

Effet de substitution	**Effet de revenu**	**Effet total**	**Type de bien**	**Pente de la courbe de demande**
X augmente	X augmente	X augmente	normal	décroissante
X augmente	X diminue	X augmente	inferieur	décroissante
X augmente	X diminue	X diminue	Giffen	décroissante

La consommation d'un bien normal augmente toujours quand son prix baisse et elle diminue quand son prix augmente. La courbe de demande d'un bien normal a toujours une pente négative, elle est décroissante.

Pour un bien inférieur, l'effet total dépend de l'ampleur des effets de revenu et de substitution. L'effet total d'une baisse du prix inferieur correspond à une hausse de la demande aussi longtemps que l'effet de revenu est plus componés par l'effet de substitution. Cependant, quand l'effet de revenu d'un bien inferieur dépasse l'effet de substitution, le bien appelé Giffen. Puisque la quantité demandée s'accroit quand le prix augmente, la courbe de demande des biens Giffen est croissante.

[1]Pindyck Robert, Rubinfeld Daniel, **Guide de l'etudiant en microéconomie**,6[e] édition, Pearson education, 2006 P75.

Deuxième chapitre:
la théorie du comportement producteur

Après avoir étudié le comportement du consommateur en tant qu'unité économique élémentaire qui vise à maximiser sa satisfaction dans les limites de son revenu disponible, nous abordons maintenant l'autre versant de l'analyse microéconomique : le comportement du producteur ou de l'entreprise en tant qu'unité économique qui cherche à maximiser son profit dans les limites de ses ressources économiques disponibles. Le producteur représente l'un des acteurs principaux de l'activité économique, car les entreprises et les établissements présents dans la société produisent les biens et services qui satisfont les besoins humains, et c'est de l'ensemble de ce que produit et offre chaque entreprise que se constitue l'offre globale d'un bien ou d'un service sur le marché.

L'importance de l'étude du comportement du producteur réside dans la compréhension des mécanismes par lesquels les producteurs prennent leurs décisions de production et des facteurs qui influencent ces décisions. Le producteur rationnel n'agit pas de façon aléatoire, mais poursuit constamment son objectif fondamental qui est la **maximisation du profit** en déterminant le niveau optimal de production qui maximise la différence entre les recettes totales et les coûts totaux.

Ce chapitre aborde plusieurs axes fondamentaux, commençant par l'étude de **la fonction de production** qui établit la relation entre les quantités de facteurs de production utilisées et la quantité de produit obtenue, que ce soit à court terme où un ou plusieurs facteurs de production varient tandis que les autres restent fixes, ou à long terme où tous les facteurs de production sont variables. Nous étudierons également les concepts de **productivité totale, productivité marginale et productivité moyenne**, ainsi que la loi des rendements décroissants et le concept de **rendements d'échelle** avec les différentes phases de production.

Par la suite, nous aborderons le concept d'**équilibre du producteur**, où le producteur cherche soit à maximiser la production pour un niveau de dépense donné (maximisation de la production), soit à minimiser les coûts pour un niveau de production donné (minimisation des coûts). L'équilibre est atteint mathématiquement et graphiquement au point où le taux marginal de substitution technique entre les facteurs de production est égal au rapport de leurs prix. Nous présenterons également **la condition de maximisation du profit** qui est réalisée lorsque la recette marginale est égale au coût marginal.

I . Définitions

Le producteur poursuit un objectif symétrique : optimiser l'utilisation de ses ressources pour maximiser son profit. Cette optimisation repose sur une compréhension approfondie de la relation technique entre les facteurs de production mobilisés et le niveau d'output obtenu.

La fonction de production représente l'outil analytique central permettant de modéliser cette relation. Elle traduit mathématiquement les possibilités techniques dont dispose l'entreprise pour transformer des inputs en outputs. Toutefois, l'efficacité technique ne suffit pas : le producteur rationnel doit également considérer l'efficacité économique, c'est-à-dire la méthode de production qui minimise les coûts pour un niveau d'output donné, ou qui maximise la production pour un niveau de coûts donné.

Cette analyse doit tenir compte d'une dimension temporelle essentielle. À court terme, certains facteurs de production demeurent fixes, contraignant les choix du producteur. À long terme, en revanche, tous les facteurs deviennent variables, élargissant l'espace des possibilités productives. Cette distinction entre court terme et long terme structure l'ensemble de la théorie de la production et détermine les stratégies d'optimisation accessibles à l'entreprise.

1. Les fonctions de productions

La production se définit comme « un processus de transformation de différents facteurs de production (terre, travail, capital, organisation) en biens et services pour lesquels le consommateur est prêt à payer un prix ». Chaque producteur fait face à une question centrale : comment peut-il combiner de manière optimale les facteurs de production disponibles pour obtenir le maximum de production à un niveau de coûts donné, ou minimiser ses coûts pour un niveau de production donné ?

La théorie de la production s'intéresse à la manière de combiner plusieurs facteurs de production pour produire un bien de la manière la plus économiquement efficace (celle qui maximise le profit du producteur). Dns cette optique l'entrepreneur étudie plusieurs paramètres dont :

- ✓ Etude des méthodes de production
- ✓ Choix de la méthode la plus efficace économiquement (la moins chère)
- ✓ Détermination du niveau de production

Supposons qu'il est possible de produire une d'unité d'un bien X avec trois méthodes différentes soit :

	Méthode 1	Méthode 2	Méthode 3
Unité de travail	2	3	3
Unité de capital	3	2	3

On considère qu'une méthode de production est techniquement plus efficace qu'une autre méthode de production si la première utilise une quantité moindre d'un facteur et pas plus des autres facteurs.

Dans l'exemple ci-dessus, la méthode 1 est techniquement plus efficace que la méthode 3. En outre, la méthode 2 est techniquement plus efficace que la méthode 3. Enfin il n'est pas possible de comparer techniquement les méthodes 1 et 2. La théorie de la production s'intéresse aux méthodes de production les plus efficaces techniquement, étant donné que les méthodes moins efficaces ne sont pas considérées par l'entrepreneur rationnel. L'entrepreneur rationnel aura donc à choisir la méthode la plus efficace économiquement parmi les méthodes les plus efficace techniquement.

La fonction de production décrit ce qui est techniquement réalisable lorsque l'entreprise produit efficacement, c'est-à-dire lorsqu'elle utilise chaque combinaison d'inputs aussi efficacement que possible. Il n'est toujours indispensable de supposer que la production est techniquement efficace, mais on peut raisonnablement attendre d'une entreprise, dont l'objectif est de maximiser ses profits, qu'elle ne gaspille pas ses ressources. [1]

Une fonction de production indique, pour chaque combinaison d'inputs, le niveau maximal d'outputs q produit par l'entreprise.

Même si en pratique les entreprises utilisent une grande variété d'input, nous limitons notre analyse, pour simplifier, a deux inputs : le travail « L » et le capital « K ». Nous pouvons écrire la fonction de production : $Q = f(K, L)$

Cette équation relie la quantité d'output aux quantités des deux inputs, capital et travail.

2. Facteurs fixes et facteurs variables : la notion de période de production

Pour comprendre le concept de fonction de production considérons l'exemple suivant :

L'entrepreneur (A) veut augmenter la production

1) Embaucher davantage de travailleurs (L) : réalisable rapidement

2) Construire une nouvelle usine ou installer une nouvelle chaîne de montage (K) : peut nécessiter plusieurs années

L'entrepreneur est pour le moment dans l'incapacité d'augmenter la taille de leur exploitation en construire une nouvelle usine. L'usine ou la chaine de montage sont ce que les économistes appellent un input fixe : un input dont la quantité est fixe et ne peut pas être modifiée. En revanche l'entreprise est libre de décider combien de travailleurs embaucher.

[1] Robert Pindyck, Daniel Rubinfeld, Microéconomie, PEARSON, 7eme edition, Paris, 2009, PP 207-208.

On appelle le travail fournis par ces travailleur un input variable : un input dont la quantité peut être modifiée par la firme

En réalité, le fait de savoir si la quantité d'input est réellement fixe dépend de l'horizon de temps. A long terme c'est-à-dire pour une période de temps suffisamment longue- les entreprises peuvent ajuster la quantité de n'importe quel input. Il n'ya donc pas d'inputs fixe à long terme, mais seulement à court terme

Il faut donc distinguer entre Court terme et Long terme :

Le long terme est une période de temps dans laquelle tous les inputs (K et L) peuvent être modifiés. Horizon suffisamment long pour changer les capacités de production.

$$\mathbf{Q = f\ (K, L)}$$

Le court terme est la période de temps dans la quelle au moins un input est fixe. Un seul facteur de production varie (L) tandis que l'autre est maintenu constant (K) →. Les capacités de production sont constantes. **Q = f (K_0,L)**

II . La fonction de production en courte période

La théorie de la production analyse, dans un premier temps, la ou les combinaisons optimales (les plus efficaces économiquement) d'un facteur fixe et d'un facteur variable pour la production d'un bien donné. L'analyse s'inscrit donc, au départ, dans le court terme.

1. Les productivités physiques des facteurs de production

Une fonction de production est une courbe (ou un tableau ou une équation mathématique) indiquant le niveau optimal de production qui peut être atteint grâce à l'utilisation de facteurs de production donnés. Considérons le tableau suivant la productivité physique des facteurs de production

Tableau II .1 : Les productivités physiques des facteurs de production

K	L	Productivité totale, X	Productivité moyenne, PPMl	Productivité marginale, PPMgl
4	0	0	…..	….
4	1	10	10	10
4	2	30	15	20
4	3	60	20	30
4	4	80	20	20
4	5	95	19	15
4	6	108	18	13

4	7	112	16	4
4	8	112	14	0
4	9	108	12	-4
4	10	100	10	-8

Remarques :

- La production s'opère avec un facteur fixe K égal à 4.
- La quantité utilisée du facteur L varie (augmente).
- La production totale augmente jusqu'à un certain point (112 sur le tableau) puis diminue.
- La productivité moyenne augmente jusqu'à un certain point (20 sur le tableau) puis diminue.
- La productivité marginale augmente jusqu'au point 30 puis diminue.

Définitions :

- **Productivité physique totale** du facteur L : elle désigne le volume de l'output X qui peut être obtenu en combinant une quantité variable de L avec une quantité fixe $K°$ du facteur K, soit : $\boldsymbol{X = g(L)}$
- **Productivité physique moyenne** de L : elle désigne la production obtenue par unité de travail soit : $\boldsymbol{PPM_L = \frac{g(L)}{L} = \frac{X}{L}}$
- **Productivité physique marginale** du facteur L: elle désigne l'accroissement de la production totale qui résulte de l'addition d'une unité du facteur variable, soit : $\boldsymbol{PPmg_L = \frac{\delta X}{\delta L}}$

PPmgl Reflète la contribution du travailleur additionnel à la production totale

2. Loi de la productivité marginale décroissante :

Lorsqu'on associe de plus en plus de facteur variable L à une quantité donnée de facteur fixe K, l'accroissement de la production peut être, soit plus fort, soit identique, soit plus faible que l'accroissement du facteur variable. Même si dans la réalité toutes les situations sont possibles, le bon sens et la logique conduisent cependant, lorsqu'on généralise, à privilégier la dernière hypothèse, connue sous le nom de « **loi des rendements décroissants** » ou « loi **de la productivité marginale décroissante ».**

3. Formalisation du problème

A court terme la fonction de production néoclassique prend la forme :

$X = f(K_0, L)$ où K_0 est une quantité fixe du facteur K

A partir de cette fonction on peut définir les productivités moyenne et marginale par :

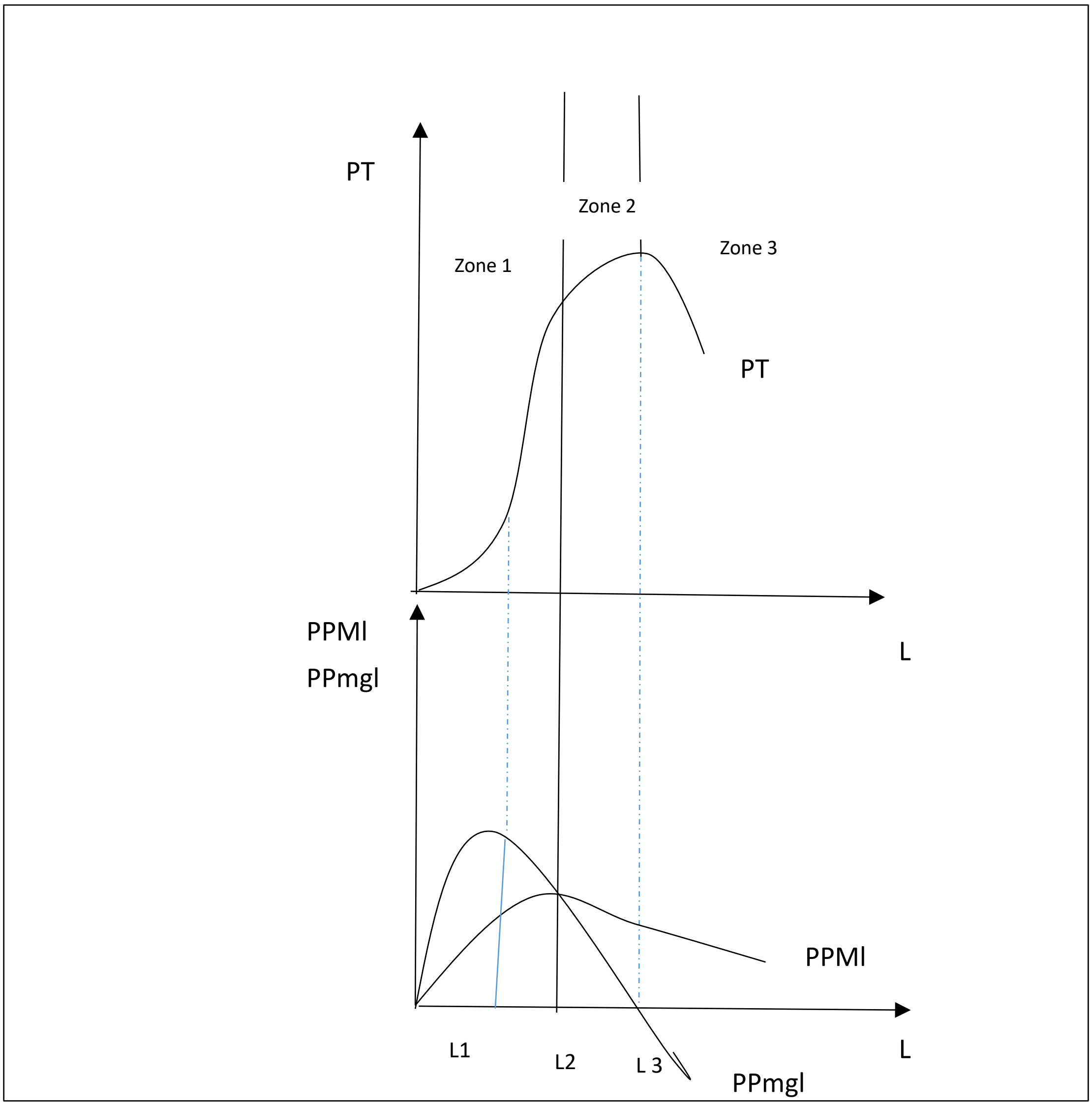
$$PPM_L = X/L \quad \text{et } PPmg_L = \delta X/\delta L$$

Si l'exemple présenté au niveau du tableau est estimé par une fonction continue, la fonction $X = f(K_0, L)$ peut être écrite sous la forme :

$$X = g(L)$$

La fonction de production et les différentes productivités physiques peuvent ainsi être visualisées sur les graphes suivants :

Figure II. 1 : Les zones de production

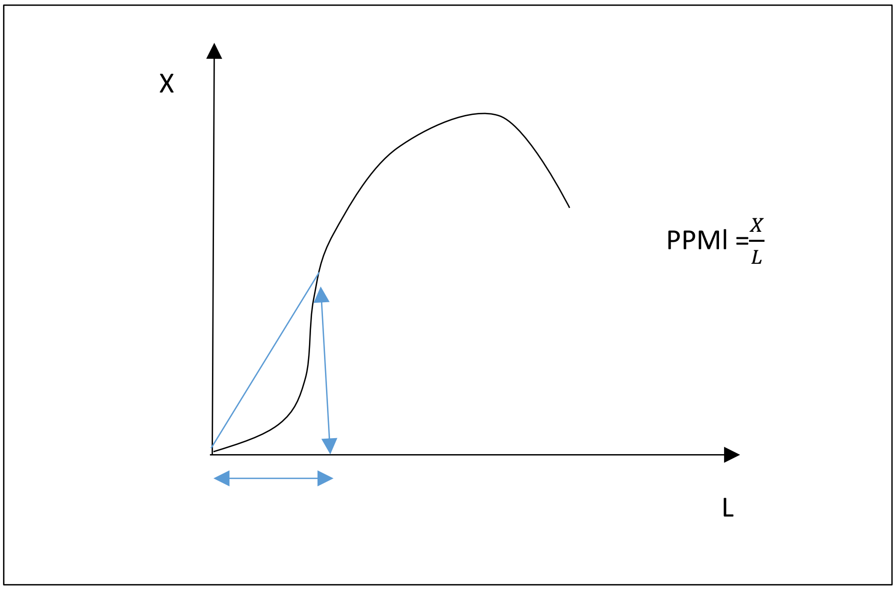


La quantité de production, représentée par la fonction de production $X = g(L)$, augmente à un taux croissant jusqu'à la quantité L_1 de L, puis à un taux décroissant jusqu'à L_3 pour ensuite décroître après L_3. La forme de la courbe $X = g(L)$ satisfait la **loi de la productivité marginale décroissante** qui stipule qu'en ajoutant des unités du facteur variable (L), la quantité de l'autre facteur (K) demeurant constant, il existe un seuil (L_1) à partir duquel les hausses de production diminuent. Ainsi au départ l'ajout de L favorise la division et la spécialisation de L et permet d'augmenter le taux de croissance de la production. A partir de L_1 par contre la production totale continue à croître mais à un taux décroissant. Cette perte d'efficacité indique alors une baisse de la productivité physique marginale $PPmg_L$ de L, laquelle devient égale à PPM_L au niveau de L_2. Enfin, au-delà de L_3 il y a relativement trop de L par rapport au facteur fixe et ceci se répercute négativement sur le niveau total de la production, la productivité physique marginale de L devient alors négative.

On peut retrouver la valeur de la productivité moyenne en chaque point de la courbe de la productivité totale. Au point B : $PPML = X_B/L_B = tg\ \alpha$ (α : l'angle formé par l'axe L et la droite (OB sur le graphe) qui unit l'origine O à un point de la courbe $X = g(L)$.

Donc étudier PPml revient à étudier la tg α, lorsque le point B se déplace le long de la courbe l'angle α va s'élargir ou se fermer

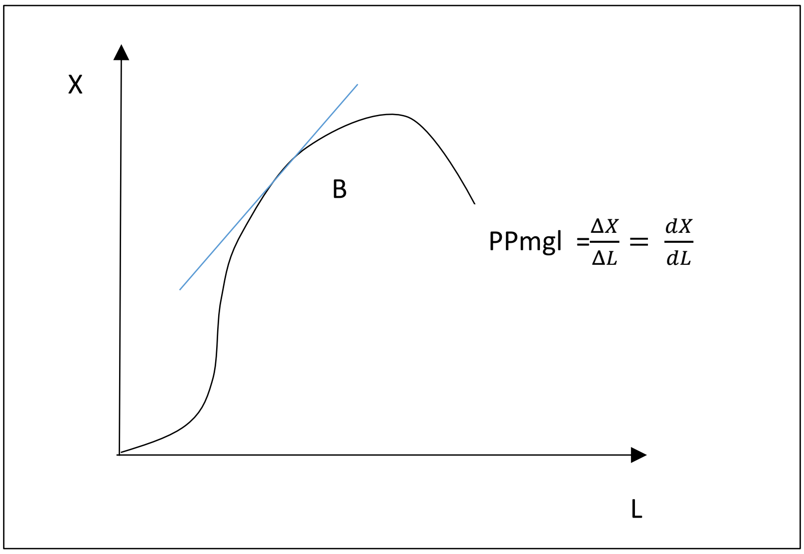
Figure II 2. La productivité moyenne



Au point B il atteint son ouverture maximale et au-delà il commence à se refermer donc la tg α va augmenter jusqu'à atteindre son maximum au point B et là elle commence à diminuer. PPMl croît de 0 à L_2 puis décroît

Graphiquement la productivité physique marginale $PPmg_L$ au point B correspond à la pente de la tangente au point B sur la courbe de la production totale $X = g(L)$.

Figure II 3. La productivité marginale



PPmgL est croissante jusqu'à L_1 (le point A est un point d'inflexion) puis décroissante jusqu'à L_3 et devient négative au-delà de L_3

Au regard de l'analyse précédente, il est possible de découper le graphe représentant la fonction de production $X = g(L)$ en trois zones de production.

Dans la zone III, la productivité physique marginale de L est négative parce que la quantité de L est relativement trop importante par rapport à la quantité fixe de K, ce dernier étant alors sur-utilisé. Par conséquent l'entrepreneur rationnel évitera de dépasser la quantité L_3 de L.

Le raisonnement inverse s'applique à la zone I. Dans ce cas la quantité de facteur fixe (K) est relativement trop importante par rapport à la quantité utilisée de L. Si on augmente la quantité de K, sa productivité physique marginale sera négative (l'entreprise est donc sur-dimensionnée par rapport à la quantité utilisée de L). Par conséquent l'entrepreneur rationnel doit dépasser la quantité L_2 de L.

L'élimination des zones I et III permet de faire ressortir la zone II comme la zone la plus efficace. L'entrepreneur rationnel utilisera donc les facteurs de production de telle sorte que leurs rendements marginaux et moyens respectifs soient positifs et décroissants.

III. La fonction de production en longue période

Sur le long terme, l'entreprise peut faire varier les quantités utilisées de tous les facteurs de production. La fonction de production prend alors la forme : $\boldsymbol{X = f(K, L)}$

1. Le problème des rendements à l'échelle

Les rendements d'échelle expriment la relation (le lien) qui existe entre l'accroissement proportionnel des facteurs de production et l'accroissement induit de la production. Ils peuvent être mesurés lorsque la fonction de production est homogène de degré α : c'est –à- dire elle vérifier la relation suivante : **$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda^{\alpha} f(L, K)$ ou λ est un coefficient positif**[1]

- **Si α >1 : Des rendements croissants :** le produit total croit proportionnellement plus que les quantités de facteur
- **Si α =1** :**Des rendements constants :** le produit total accroit dans la même proportion que les quantités de facteur.
- **Si α < 1 : Des rendements décroissants :** le produit total croit proportionnellement plus que les quantités de facteur

Dans le cas de **rendements constants**, l'entreprise produit en proportion de ses intrants quelle que soit sa taille (la taille de l'entreprise n'affecte pas la productivité des facteurs). Mais cette hypothèse de rendements d'échelle constants ne s'applique pas nécessairement tout le temps, et en particulier peut ne pas être adaptée pour les très petites échelles de production ou au contraire pour les très grandes échelles. Dans le premier cas, on peut en fait facilement imaginer l'existence **d'économies d'échelles** ou de **rendements croissants.**

Les économies d'échelle (ou phase de rendements d'échelle croissants) viennent du fait que certains coûts comme la R&D, la publicité, les matières premières, les assurances, le financement, etc. ne varient pas proportionnellement à la taille de l'entreprise. En effet, deux entreprises identiques qui fusionnent vont économiser en R&D, bénéficié de tarifs plus bas en matière d'assurance, d'énergie, de prêts bancaire, etc. elles n'auront qu'un budget publicité au lieu de deux auparavant. L'augmentation de la taille de l'entreprise va également permettre à la nouvelle structure de production de mieux organiser, de spécialiser sa production. Le fait de doubler la taille de l'entreprise permet, mettons, de tripler la production a coûts constants. Les **déséconomies d'échelle** (ou phase de rendements d'échelle décroissants) sont liées à des coûts dits d'inefficience qui apparaissent lorsque la taille de l'entreprise devient très importante. Il s'agit en particulier de coûts de coordination (en multiplie les niveaux hiérarchique), de surveillance plus élevés. Il va également y avoir des effets de seuil au-delà desquels une entreprise devra subir les coûts liés à la présence règlementaire d'un comité d'entreprise et de syndicats. Le fait de doubler la taille d'entreprise dans cette situation ne permet pas de doubler la production à couts constants.

3. Les courbes d'iso-produit ou isoquants

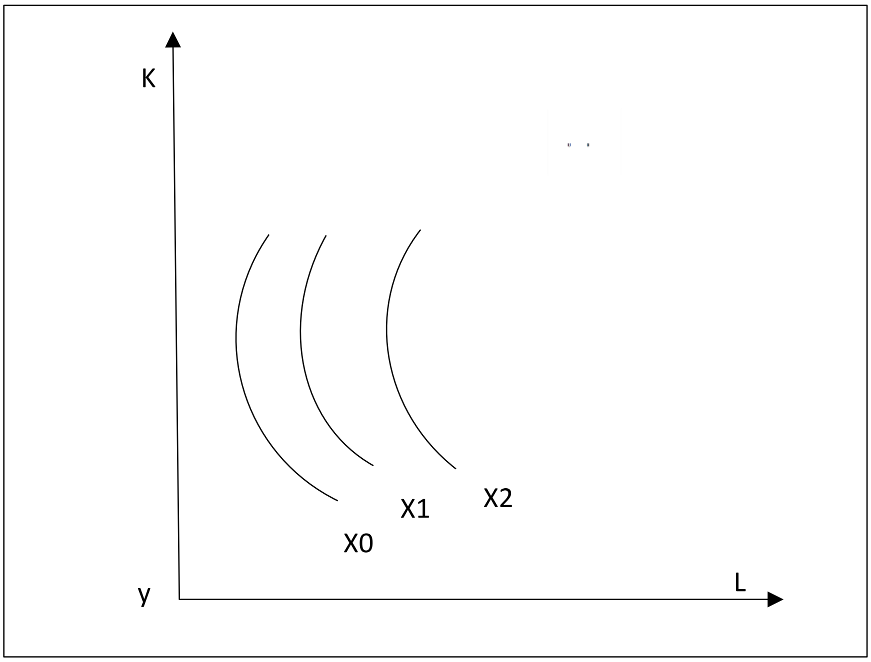
Définition : L'isoquant ou **Isoquante** ou encore **Isoproduit** « **est le lieu des points représentatifs des combinaisons de K et L qui permettent d'obtenir le *même* niveau de**

[1] Alain Luzi, **Microéconomie cours et exercice résolus**, Hachette, Paris, 2009 ,P 81.

production ». L'isoquant est donc la contrepartie, pour l'entreprise, de la courbe d'indifférence du consommateur.

Remarque : Pour des déplacements le long de l'isoquant, le niveau de l'output demeure constant et le rapport des facteurs change de façon continue. Une droite issue de l'origine détermine un rapport des facteurs particulier et constant. Pour des déplacements le long de cette droite, le niveau de l'output varie de façon continue tandis que le rapport des facteurs demeure constant. Graphiquement les isoquants prennent la forme suivante :

Figure II.4 : La courbe d'isoquant



Propriétés des isoquants

Les isoquants possèdent des propriétés similaires aux courbes d'indifférence. En effet, il existe une infinité d'isoquants et tout point du cadran *KOL* appartient à un isoquant, en outre :

- Plus un isoquant est éloigné de l'origine *O* plus le niveau de production qu'il désigne, est élevé.
- Deux isoquants ne peuvent pas se couper car le contraire signifierait que deux points sur deux isoquants différents représenteraient un même niveau de production (le point d'intersection).
- Les isoquants sont décroissants. Les productivités marginales des facteurs étant positives, l'augmentation de la quantité utilisée d'un facteur requiert la diminution de la quantité utilisée de l'autre facteur pour maintenir le même niveau de production.
- Les isoquants sont en général convexes par rapport à l'origine *O*. L'entreprise utilise les facteurs de production dans une phase où les productivités marginales de ces derniers sont

positives et décroissantes. Lorsque *L* remplace *K*, la productivité marginale du premier diminue alors que celle du dernier augmente. Augmenter l'utilisation de *L* suppose donc l'abandon de fractions de plus en plus petites de *K* pour maintenir le même niveau de production.

Note : La convexité des isoquants suppose que les facteurs de production ne sont pas parfaitement substituables. En effet, s'ils l'étaient les isoquants seraient représentés par des droites. En outre, les isoquants formeraient un angle droit si les facteurs de production étaient complémentaires.

4. Le taux marginal de substitution technique (TMST) :

Le taux marginal de substitution technique (TMST) indique le taux auquel l'entreprise peut remplacer un facteur par un autre sans altérer la quantité produite. (donc il indique de combien il faut diminuer la quantité utilisée de K lorsque on augmente d'une unité la quantité de L pour un niveau de production inchangé. En fait, le TMST est la contrepartie du TMS du consommateur pour l'entreprise.

En prenant la différentielle totale de la fonction de production, on peut écrire :

$$dX = (\delta f/\delta K)\, dK + (\delta f/\delta L)\, dL = f_K\, dK + f_L\, dL$$

Etant donné que $dX = 0$ le long d'un isoquant on peut écrire :

$$0 = f_K\, dK + f_L\, dL$$

et

$$\text{TMST} = -\, dK/dL = f_L/f_K = PPmg_L / PPmg_K$$

Le TMST représente donc aussi bien la pente de l'isoquant précédé du signe moins que le rapport des productivités marginales. En outre, on peut remarquer que le TMST est décroissant le long de l'isoquant. En effet, sous l'hypothèse de décroissance des productivités marginales, le remplacement de *K* par *L* augmente la productivité de *K* et diminue la productivité de *L*, par conséquent, le TMST ($=PPmg_L/PPmg_K$) est décroissant, soit : $dTMST/dL < 0$

***Note* :** Sur le graphe précédent le TMST peut être estimé par le rapport : $\Delta K/\Delta L$

4. L'élasticité de substitution

Proposée par John Richard HICKS, l'élasticité de substitution mesure la sensibilité du rapport de facteurs de production par rapport au taux marginal de substitution technique. Lorsque :

- les facteurs de production sont complémentaires ;
- les facteurs de production sont parfaitement substituables ;
- les biens sont imparfaitement substituables.

Il s'agit d'un indicateur permettant de mesurer l'impact d'une modification de la structure des prix relatifs des facteurs sur la combinaison productive. Nous avons donc besoin de deux éléments :

- Une façon d'apprécier la combinaison productive : on choisira de la caractériser par le rapport K/L
- Une façon d'apprécier la structure des prix relatifs : on choisira de la caractériser par le rapport w/r
- soit formellement :

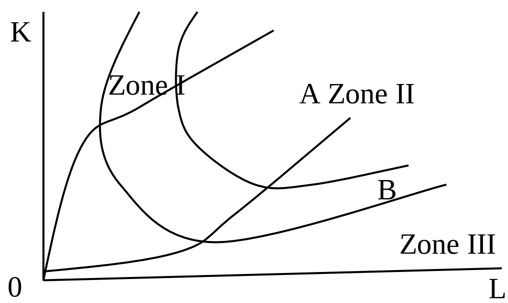
$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\frac{d\frac{K}{L}}{\frac{K}{L}}}{\frac{d\frac{w}{r}}{\frac{w}{r}}} = \frac{\frac{d\frac{K}{L}}{\frac{K}{L}}}{\frac{d\,TMST}{TMST}} = \frac{d\frac{K}{L}}{d\,TMST} * \frac{Tmst}{\frac{K}{L}}$$

Ainsi , en admettant que le rapport des prix des facteurs $\frac{w}{r}$ augmente de 1%, le fait de dire que l'élasticité de substitution est égale à 3 signifiera que le rapport $\frac{K}{L}$ des quantités de facteurs augmente de 3.%

5. Forme de la fonction de production

Les fonctions de production sont en général supposées avoir des isoquants convexes par rapport à l'origine, le TMST étant décroissant lorsque *L* remplace *K* le long de l'isoquant. Une famille d'isoquants apparaît sur le graphe suivant :

Figure II. 5: la zone efficace de production



La zone efficace est délimitée par les courbes *OA* et *OB* et se caractérise par des productivités marginales positives et décroissantes des deux facteurs de production. Dans la zone I la productivité marginale de *K* est négative tandis que dans la zone III le facteur *L* exhibe une productivité marginale négative. En effet, dans les deux zones I et III les pentes des isoquants sont positives ce qui revient à dire que le TMST est négatif ou en d'autres termes que la productivité marginale du facteur le plus utilisé est négative.

6. Les élasticités des outputs par rapport aux inputs

Définition : L'élasticité de la production par rapport à un facteur de production est la variation relative de la production rapportée à la variation relative de ce même facteur, les autres Facteurs étant constants.

$$\mathbf{E_L}=\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta L}{L}}=\frac{\Delta x}{\Delta L}*\frac{L}{x}=\frac{dx}{dL}*\frac{L}{x}=\frac{\frac{dx}{dL}}{\frac{X}{L}}=\frac{PPMGl}{PPML}$$

$$\mathbf{E_K}=\frac{\frac{\Delta x}{x}}{\frac{\Delta K}{LK}}=\frac{\Delta x}{\Delta K}*\frac{K}{x}=\frac{dx}{dK}*\frac{K}{x}=\frac{\frac{dx}{dK}}{\frac{X}{K}}=\frac{PPMGK}{PPMK}$$

L'élasticité de la production par rapport à un facteur est égale au rapport de la Productivité marginale de ce facteur à la productivité moyenne

7. Les fonctions de production homogènes

Les **fonctions de production homogènes** constituent un outil mathématique fondamental pour analyser les **rendements d'échelle** dans la théorie de la production. Elles permettent de déterminer de manière rigoureuse comment la production réagit lorsque tous les facteurs de production sont multipliés par un même coefficient.

Une fonction de production $F(K,L)$ est dite **homogène de degré** h si, pour tout nombre réel $t>0$, elle vérifie: $F(tK,tL)=t^hF(K,L)$

où K représente le capital, L le travail, et h le **degré d'homogénéité**.

Cette propriété signifie que lorsqu'on multiplie tous les facteurs de production par un même coefficient t, la production est multipliée par t^h. Le degré d'homogénéité h détermine directement la nature des rendements d'échelle.

Exemple numérique : Soit la fonction de production $f(a,b)=a^2+4ab+3b^2$.

Pour tester l'homogénéité, calculons $f(ta,tb)$:

$$f(ta,tb)=(ta)^2+4(ta)(tb)+3(tb)^2=t^2a^2+4t^2ab+3t^2b^2=t^2(a^2+4ab+3b^2)$$
$$=t^2f(a,b)$$

Cette fonction est homogène de degré 2, donc les rendements d'échelle sont croissants. Si l'on double les quantités utilisées des facteurs de production, la production se verra multipliée par $2^2=4$; si l'on triple ces quantités, la production se verra multipliée par $3^2=9$.

Théorème d'Euler: Une fonction homogène de degré h vérifie la relation:

$$\frac{\partial F}{\partial K} \cdot K + \frac{\partial F}{\partial L} \cdot L = h \cdot F(K, L)$$

Dans le cas particulier des rendements constants ($h = 1$), la somme des productivités marginales pondérées par les quantités de facteurs est égale au produit total. Cette propriété est fondamentale dans la théorie néoclassique de la répartition des revenus.

8. La fonction de production de COBB-DOUGLAS

La fonction Cobb-Douglas prend la forme générale :

$$X = f(K, L) = AL^{\alpha}K^{\beta} \quad ; A,\ \alpha,\ \beta > 0 \text{ et } \alpha,\ \beta < 1$$

Où A (défini comme paramètre d'efficacité), α et β sont des paramètres.

Homogénéité

La fonction est homogène de degré ($\alpha + \beta$), en effet :

$$f(tK, tL) = t^{\alpha + \beta} f(K, L)$$

La fonction Cobb-Douglas est donc homogène de degré ($\alpha + \beta$). Les rendements d'échelle sont respectivement décroissants, constants ou croissants selon que : $(\alpha + \beta) < 1$, $(\alpha + \beta) = 1$ ou $(\alpha + \beta) > 1$.

Productivité marginale des facteurs :

$f_L = PPmg_L = \delta X/\delta L = \alpha AL^{\alpha - 1} K^{\beta} = \alpha\,(X/L) = \alpha PPM_L$

$f_K = PPmg_K = \delta X/\delta K = \beta AL^{\alpha}\ K^{\beta - 1} = \beta\,(X/K) = \beta PPM_K$

α et β représentent donc les rapports des productivités marginales aux productivités moyennes de chacun des inputs.

Taux marginal de substitution technique :

TMST = $f_L/f_K = (\alpha/\beta)(K/L)$

Convexité des isoquants

$d(\text{TMST})/dL = [\delta(\text{TMST})/\delta L] + [\delta(\text{TMST})/\delta K][dK/dL]$

$\quad = -\,(\alpha/\beta)[(\alpha + \beta)/\beta][K/L^2] < 0$

1. Le TMST est donc décroissant et les isoquants sont ainsi convexes par rapport à l'origine pour toutes valeurs positives de α et β.

Elasticité de substitution :

$\sigma = [d(K/L)/d(\text{TMST})][\text{TMST}/(K/L)] = 1$

Les fonctions de type Cobb-Douglas ont donc une élasticité unitaire quelles que soient les valeurs des paramètres α et β.

VI. La fonction de production et le comportement de l'entreprise

Pour caractériser le comportement du producteur, l'analyse microéconomique suppose que l'objectif principal de ce dernier consiste à rendre son profit maximal. Le profit étant définit comme la différence entre le chiffre d'affaire et les coûts, il s'écrit mathématiquement :

$$\Pi = p\ f(K;L) - (wL+rK)$$

Avec p le prix du bien ou service produit, p f(K;L) le chiffre d'affaire, et les coûts et plus exactement wL le coût du travail, rK le coût du capital. Le comportement du producteur peut alors être appréhendé de façon différentes selon qu'il rencontre ou non une contrainte sur la quantité à produire ou sur le coût qu'il peut supporter. ⇒Le problème de maximisation de profit peut prendre deux formes : **Problème d'optimisation sous contrainte et Problème d'optimisation sans contrainte**

1. Problème d'optimisation sous contrainte

Nous sommes désormais en mesure d'aborder la question centrale de la théorie du producteur : comment l'entreprise détermine-t-elle la combinaison optimale des facteurs de production ?

Dans la réalité économique, toute entreprise fait face à des contraintes qui limitent ses choix. L'analyse économique montre que le comportement rationnel de l'entreprise consiste à optimiser son objectif – maximiser la production ou minimiser les coûts – tout en respectant les contraintes auxquelles elle est soumise. Cette problématique d'optimisation sous contrainte se décline sous deux formes : primal et duale

Ces deux programmes d'optimisation, bien que formulés différemment, conduisent à des conditions d'équilibre identiques et constituent deux faces d'un même problème économique. Mathématiquement, ils relèvent de la technique des multiplicateurs de Lagrange, qui permet de résoudre des problèmes d'optimisation en présence de contraintes d'égalité.

A- Cout de production total et ligne d'iso-couts

Si r et w désignent respectivement les prix unitaires constants des facteurs de production K et L, le coût total de production (ou dépense engagée par l'entreprise) est donné par l'équation linéaire :

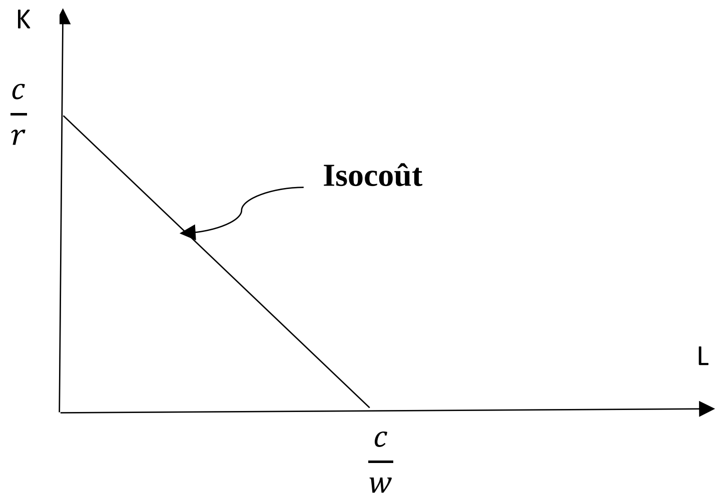
$CT = rK + wL$

En considérant que l'entreprise dispose d'un budget limité égal à $Ct°$, l'équation précédente peut être réécrite sous la forme :

$$Ct° = rK + wL \quad \text{Ou} \quad K = \frac{Ct°}{r} - \frac{w}{r} L$$

L'expression précédente désigne une droite d'isocoût, laquelle est définie comme l'ensemble des combinaisons des facteurs dont l'utilisation entraîne une même dépense, soit graphiquement : En exprimant la fonction de coût pour K : $\mathbf{K}= \frac{C°}{r} - \frac{w}{r} L$

Figure II . 6: La courbe d'isocout



La droite **d'isocoût** représente l'ensemble de combinaisons des facteurs de production correspondant à un niveau de coût constant C°. La pente de cette droite est égale à $\frac{\mathbf{dk}}{\mathbf{dl}} = -\frac{\mathbf{w}}{\mathbf{r}}$

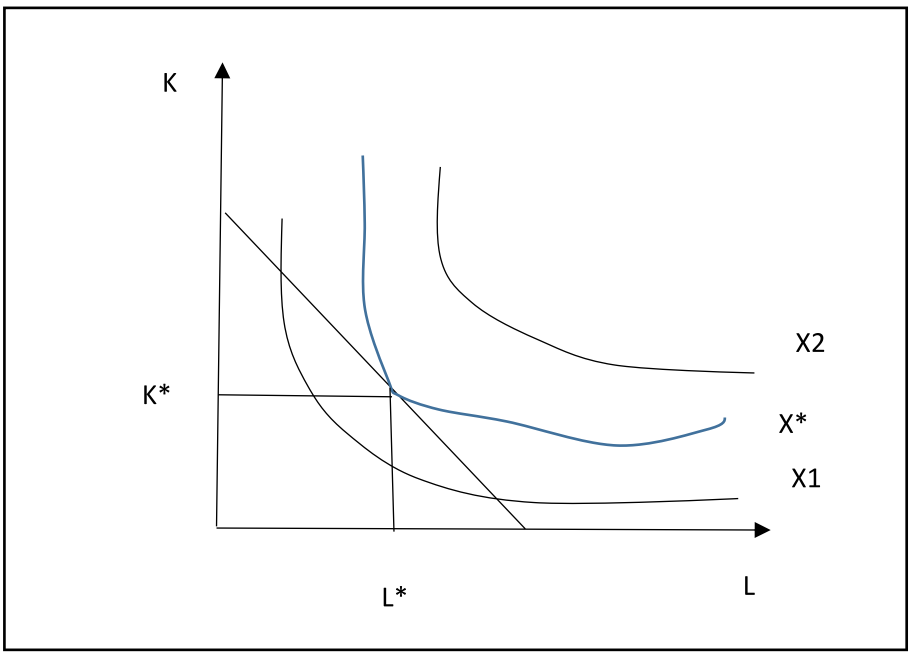
A chaque dépense engagée par l'entreprise correspond donc une droite d'isocoût. En outre, plus la droite est éloignée de l'origine *O* plus la dépense est importante.

B- Maximisation de la production sous contrainte

Étant donné un budget limité C0 que l'entreprise peut consacrer à l'achat des facteurs de production, quelle combinaison de capital Ket de travail L permet d'atteindre le niveau de production le plus élevé possible ?

- **La solution graphique**

Figure II. 7: la maximisation de production sous contrainte



Sur le graphique la contrainte CT est illustrée par la droite d'isocoût, la production maximale est connue par l'isoquant X_*. Toute production X_2 supérieur à X_* est sans doute souhaitée par l'entreprise, mais le budget dont elle dispose ne lui permet cependant pas de l'obtenir. Toute autre situation telle que X_1, inferieur cette fois à X_*, est certes possible, compte tenu des ressources de la firme. Par contre on ne peut plus parler de situation optimale puisque toutes les ressources dont on dispose ne sont pas tous utilisées. Il y a en conséquence sous-utilisation des facteurs de production.

L'optimum est donc au point e_0, point de tangence de la courbe d'isocoût à l'isoquante. En ce point, la pente de la droite d'isocoût, en valeur absolue, est égale à celle de l'isoquante. Soit encore

$$\frac{-dk}{dl} = \frac{ppmgl}{ppmgk} = \frac{w}{r}$$

$$\boldsymbol{Tmst} = \frac{ppmgl}{ppmgk} = \frac{w}{r} \quad \textbf{À l'équilibre}$$

- **La solution algébrique :**

Formellement, il s'agit de maximiser la fonction X = f(K, L) sous la contrainte C^0= r K +w L

La fonction de Lagrange s'écrit alors sous la forme :

L (λ, K, L) = f (K, L) + λ(C°-rK - wL) Où λ désigne le multiplicateur de Lagrange

Les conditions de premier ordre pour la maximisation de L prennent alors la forme :

$$\blacktriangleright \begin{cases} L'_L = 0 \\ L'_K = 0 \\ L'_\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L'_L = fL - \lambda w = 0 \\ L'_K = fK - \lambda r = 0 \\ L'_\lambda = C° - rK - wL = 0 \end{cases}$$

La manipulation des conditions de premier ordre permet d'écrire :

$$\frac{fL}{f_k} = \frac{PPmgl}{PPmgk} = \frac{w}{r}$$

L'équation précédente souligne qu'à l'équilibre le rapport des productivités marginales de L et K doit être égal au rapport de leur prix.

En outre, une autre manipulation des conditions de premier ordre permet d'écrire :

$$\frac{PPmgl}{w} = \frac{PPmgk}{r} = \lambda$$

L'équation précédente souligne qu'à l'équilibre la contribution à l'output de la dernière unité monétaire dépensée à l'achat de chacun des inputs doit être égal à λ (λ peut ainsi être interprété comme la productivité marginale du budget alloué aux facteurs de production : $\lambda = \frac{dx}{dc}$. En notant que le rapport des productivités marginales définit le TMST, $\frac{\text{PPmgl}}{\text{PPmgk}} = \frac{w}{r}$ peut-être réécrite sous la forme :

$$\text{TMST} = \frac{w}{r}$$

Elle indique qu'à l'équilibre le TMST doit être égal au rapport des prix des inputs

Note : Les conditions de second ordre pour la maximisation de *L* requièrent que le déterminant de la matrice hessienne soit positif, soit :

$$\det H = \begin{vmatrix} f_{LL} & f_{LK} & -w \\ f_{KL} & f_{KK} & -r \\ -w & -r & 0 \end{vmatrix} > 0$$

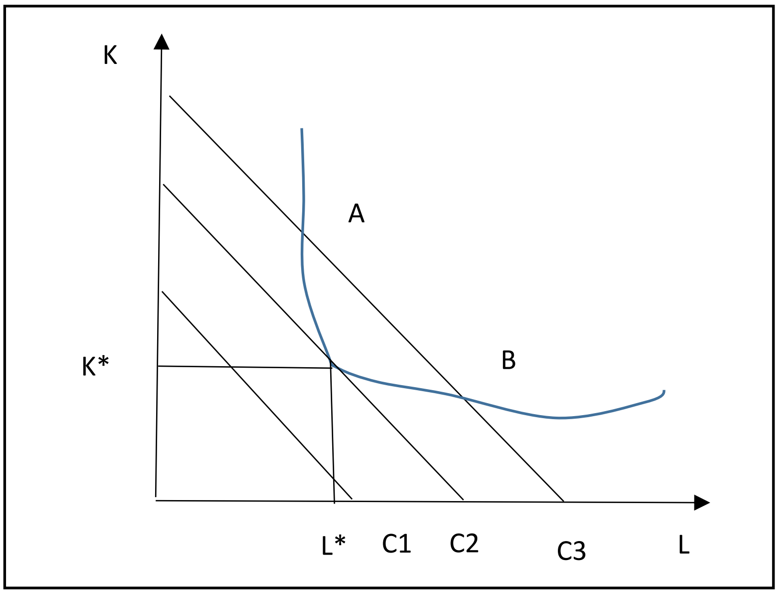
C- La minimisation du coût total pour la production d'une quantité donnée.

Étant donné un niveau de production cible *X*0 que l'entreprise souhaite atteindre, quelle combinaison de facteurs permet de produire cette quantité au moindre coût ?
Ce programme est en fait le **dual** du programme précédent (la maximisation de la production sous la contrainte d'un coût donné).

- **La solution graphique**

Pour une isoquante donnée représentée dans le graphe suivant, il existe plusieurs courbes d'isocoût qui permettent d'atteindre le niveau X0 mais une seule d'entre elle a le coût le plus faible possible : c'est celle qui est tangente à l'isoquante, aucune des droites d'isocoût situées en dessous de cette droite particulière ne permettent de produire X0. En revanche, toutes les droites au-dessus de cette droite particulière permettent de produire X0 voire plus : mais a un coût supérieur.

Figure II .8: la minimisation du cout sous contrainte



L'entrepreneur n'a pas intérêt à produire A et B puisqu'il y a la possibilité de produire au point e_0 à un coût total inférieur car C2 < C3.
Alors, dans le cas de la minimisation du coût, l'entreprise fait varier *C* de telle sorte que la droite d'isocoût choisie ait un point de tangence avec l'isoquant *X*° donné.

- **La solution algébrique**

Dans ce cas la fonction de Lagrange prend la forme :

$L = wL + rK + \lambda (X° - f(K, L)$

où λ désigne le multiplicateur de Lagrange.

Les conditions de premier ordre pour la minimisation de L s'écrivent sous la forme :

1. $\begin{cases} L'_L = 0 \\ L'_K = 0 \\ L'_\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L'_L = w - \lambda PPmgl = 0 \\ L'_K = r - \lambda PPmgk = 0 \\ L'_\lambda = X° - f(K,L) = 0 \end{cases}$

La manipulation des conditions de premier ordre permet d'écrire :

$\frac{fL}{fK} = \frac{w}{r}$ ou $\frac{w}{PPmgl} = \frac{r}{PPmgk} = \lambda$ ou $TMST = \frac{w}{r}$

Les conditions de premier ordre pour la minimisation du coût sous la contrainte d'un niveau de production donné sont donc semblables aux conditions de premier ordre pour la maximisation de la production sous la contrainte d'un coût donné. En outre le multiplicateur dans ce cas représente la dérivée du coût par rapport à l'output: $\lambda = \frac{dC}{dX}$ et sera ultérieurement désigné par la notion de coût marginal de production.

***Note* :** Les conditions de second ordre pour la minimisation du coût sous contrainte requièrent que le déterminant de la matrice hessienne soit négatif, soit :

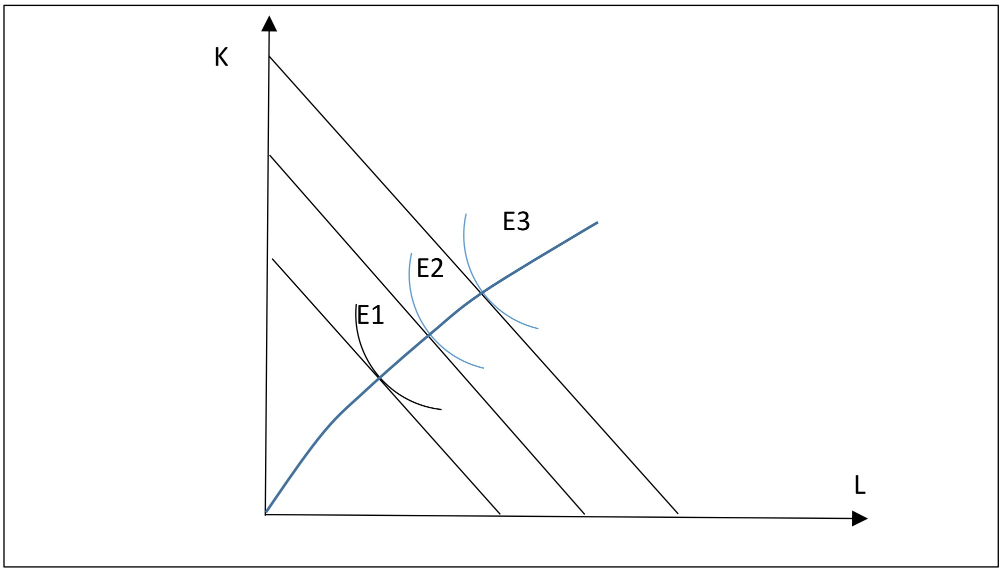
$$\text{Det H} = \begin{vmatrix} -\lambda f_{LL} & -\lambda f_{LK} & -f_L \\ -\lambda f_{KL} & -\lambda f_{KK} & -f_K \\ -f_L & -f_K & 0 \end{vmatrix} < 0$$

On peut montrer que la condition $H'_{b2} < 0$ pour la minimisation du coût sous contrainte est identique à la condition $H_{b2} > 0$ pour la maximisation de l'output sous contrainte.
En fait, chaque point de tangence entre un isoquant et une droite d'isocoût est la solution de deux programmes (le programme de maximisation de l'output sous contrainte et le programme de minimisation du coût sous contrainte, l'un des programmes étant le **dual** de l'autre)

A- Le sentier d'expansion optimale de l'entreprise

Imaginons que le producteur augmente le budget consacré à la production de C1 à C2 puis de C2 à C3. Dans ce cas, la droite d'isocoût va se déplacer parallèlement à elle-même, vers le haut du graphique. La courbe qui relie tous les points d'équilibre est appelée « sentier d'expansion de l'entreprise » ou « isocline ». Cette courbe exprime l'augmentation des quantités de facteurs utilisés, suite à l'accroissement des ressources disponibles pour produire. Précisons que ces modifications s'effectuent à prix de facteurs constants (on dit que les prix relatifs des facteurs sont fixes) : le coefficient directeur de la droite d'isocoût est fixe.

Figure II .9: la courbe de sentier optimal de production



Afin de tracer la courbe du sentier d'expansion de l'entreprise, on doit déterminer une équation qui est de la forme K= f(L)

A l'équilibre, le rapport des productivités marginales est égal au rapport des prix. D'une autre manière le *TMST* est égal au rapport des prix. A partir de cette égalité, on peut déterminer la fonction K=f(L)

2. Problème d'optimisation sans contrainte

Le but ultime de l'entrepreneur étant de maximiser le profit, on peut envisager un programme où l'entreprise est libre de faire varier aussi bien le niveau du budget consacré à l'achat des facteurs de production que le niveau de l'output produit. Le profit de l'entreprise est alors défini comme la différence entre le revenu total (RT= p X) obtenu grâce à la vente de l'output et le coût de production (CT) supporté pour produire ce dernier, soit :

$\pi = p\,X - CT$

En remplaçant X et C par leurs valeurs respectives, l'équation précédente prend la forme :

$\pi = pf(K, L) - (rK + wL)$

Les conditions de premier ordre pour la maximisation de π s'écrivent :

$\delta\pi / \delta L = p\, f_L - w = 0$

$\delta\pi / \delta K = p\, f_K - r = 0$

Soit :$p\, f_L = w$ et $p\, f_K = r$(f)

La dernière équation souligne qu'à l'équilibre les valeurs des productivités marginales (pf_L et pf_K) des facteurs L et K doivent être égales aux prix respectifs de ces derniers. En d'autres termes, pour que l'entreprise atteigne son équilibre (c'est à dire pour qu'elle obtienne la quantité maximale de profit) chaque input ou facteur de production doit être utilisé jusqu'au niveau où la valeur de sa productivité marginale est égale à son prix.

- **Note :** Les conditions de second ordre pour la maximisation du profit prennent la forme :

$f_{LL}<0$ et $\begin{vmatrix} f_{LL} & f_{LK} \\ f_{KL} & f_{KK} \end{vmatrix} > 0$

3. Les fonctions de demande des inputs

En résolvant le programme de maximisation ou de minimisation on obtient les fonctions de demande conditionnelle de facteurs de production L*et K*. Elles sont appelées les fonctions de demande conditionnelle des facteurs car elles expriment la quantité demandée de chaque facteur, conditionnelle à la production d'un niveau d'output égal a X0 et conditionnelle à dépenser le moins possible. Les demandes conditionnelles des facteurs qui dépendent des paramètres du modelé:(L*(w,r,X0), K*(w,r,X0) a ne pas confondre avec les demandes de facteurs de production obtenus en maximisant le profit et qui dépendent des prix des facteurs et du prix du bien produit (p, r et w).

T A F : Supposons que la fonction de production prenne la forme :$X = (L-1)^{1/4}\, K^{1/4}$

Déterminer les fonctions de demande de K e L en fonction de r, w, et P

Troisième chapitre: Les fonctions de coût

Dans le cadre de l'étude du comportement du producteur, nous avons analysé la fonction de production qui établit la relation technique entre les facteurs de production et la quantité produite. Toutefois, pour qu'une entreprise dans le système capitaliste puisse réaliser des profits maximaux, elle ne s'intéresse pas uniquement aux facteurs de production, mais également au coût de cette production. Autrement dit, l'entreprise se préoccupe de traduire les relations de production en relations de coûts. Ce chapitre constitue donc le complément indispensable à l'analyse du comportement du producteur, car il permet de comprendre comment les décisions de production sont influencées par les considérations économiques liées aux coûts.

La notion de coût en termes économiques est liée au concept de coût d'opportunité. Comme tout choix, le choix d'une production ou d'une combinaison de produits implique nécessairement un renoncement aux autres possibilités. Or ce renoncement ne va pas forcement de soi, il représente un cout particulier : le cout d'opportunité ou cout social de la production. Ce cout dit social, car c'est toute la société qui peut ressentir le cout d'un tel choix. Si les entreprises choisissent toutes de produire des biens d'équipements et de ne plus du tout s'investir dans le domaine agricole , la société perdra immanquablement sa souveraineté alimentaire, le cout d'opportunité se distingue donc bien d'un cout dit privé, qui lui, n'est supporté que par l'entreprise [1]

Coût économique = coût d'opportunité = Coût social = coût explicite (coût directe) + coût implicite (coût indirect) (perte de l'alternatif)

Profit comptable vs profit économique

Prendre en compte les couts implicites autant qu'explicites peut-être très important pour la prise de décision individuelles, c'est vrai également pour les entreprises.

Le profit comptable d'une entreprise est simplement sa recette moins son cout explicite et la dépréciation. Le profit comptable est un chiffre très utile, mais supposez que l'entrepreneur doive décider de poursuivre son activité ou de faire autre chose. Pour prendre sa décision, il lui faudra calculer son profit économique également connu sous le nom de profit pur : les recettes perçues moins le cout d'opportunité qui peut inclure des couts implicites autant qu'explicites[2]

Exemple : Supposons qu'un entrepreneur puisse choisir entre deux investissements A et B. S'il investit 50 unités monétaires dans A, il obtient un revenu de 100. S'il investit 50 unités monétaires dans B, il obtient un revenu de 80. Le profit comptable est donc égal à 50 et 30 pour A et B

[1] Marie-Pierre DUSSINE, **Précis de microéconomie**, ellipses, Paris,2006, P71.
[2] Paul Krugman, Robin Wells, Microéconomie, de boeck, traduction de la 2eme édition américaine par Laurent Baechler, Paris, 2009.

respectivement. Cependant, si on suppose que l’entrepreneur rationnel investit dans A, il obtiendra un profit économique de 20 , étant donné qu’en investissant en A, il perd 30UM (revenu généré par B). $\boldsymbol{\pi}$ **economique(pur)** $= 100 - 50 - 30 = 20$

$$\pi \text{ economique(pur)} = \text{RT} - \text{coût d'opportunité} = \text{RT} - \text{coût explicite} - \text{coût implicite}$$

En général, quand les économistes utilisent le simple terme de profit, ils font référence au profit économique.

Les couts implicites : intègrent l’éventuel regrets ou manque à gagner que l’entrepreneur put ressentir lorsqu’il envisage ce qui aurait pu être gagner en employant autrement son temps et son argent. Ces couts implicites ne sont pas forcément monétaires, mais ils pèsent tout autant dans les choix de l’entrepreneur.

Les coûts explicites : coûts encourus par l’entreprise pour acheter les facteurs de production : intérêt sur le capital emprunté, loyer, salaires, coût des matières premières, etc.

I . Les fonctions de coût en courte période :

Cette unité abordera plusieurs concepts essentiels permettant d'analyser la structure des coûts de l'entreprise

1. Les coûts totaux en courte période

Trois concepts de coûts totaux sont importants pour analyser la structure des coûts à court terme :

- **Le coût fixe total (CFT) :** il peut être définie comme la somme totale des coûts de tous les intrants fixes associes à la production. Etant donné que les intrants fixes pour une firme ne peuvent être modifiés à court terme, les CFT sont constants. Les CFT continuent également à exister lorsque la production est arrêtée (CFT est supporté par l’entreprise quel que soit le niveau de production). $CFT = CFT_0$

  Ex : Assurances, impôt foncier, intérêt sur le capital emprunté, frais fixes de téléphone,
- **Le coût variable total (CVT) :** il représente le total de toutes les dépenses en intrants variables utilisées dans la production. Lorsque l’entreprise modifie son niveau de production à court terme, les coûts variables dépendent de la quantité produite. Le CVT est de zéro lorsque la production est de zéro. $CVT = f(X)$

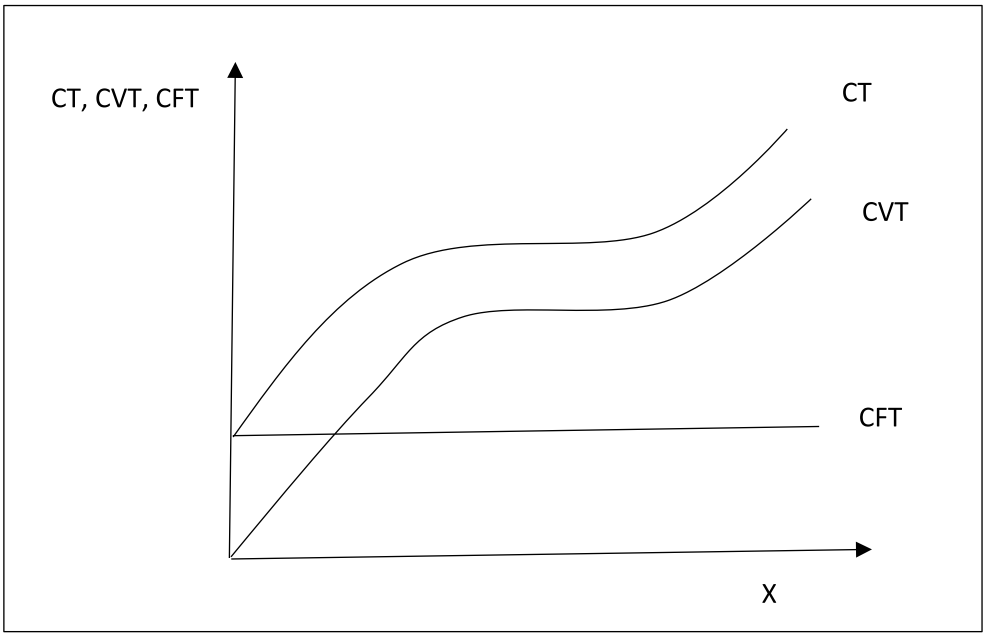
  Ex : salaires, coût des matières premières, énergie, impôt sur chiffre d’affaire…
- **Le coût total (CT):** il englobe l’ensemble des coûts que supporte l’entreprise. Ce coût total (CT) est divisé en deux parties, coût fixe et coût variable

  $CT = CFT + CVT$

  $CT = f(X) = CV(X) + CFT_0$

Suivant les équations de coûts précédents, il est facile de comprendre les allures des différentes courbes ci-dessous. Les fonctions de coût prennent, en général, les formes que montre le graphe suivant :

Figure III .1: Les courbes de cout total a court terme



Par construction, la distance verticale qui sépare la courbe de coût total de la courbe de coût variable doit être égale à la distance qui sépare la courbe de coût fixe de l'axe des abscisses. La courbe de coût variable commence à l'origine des axes puisque les coûts variables dépendent du volume de l'output. Une quantité nulle de l'output implique de coûts variables nuls. Alors que les coûts fixes sont assumés quel que soit le volume de l'output.

2. Les coûts unitaires en courte période

Les quatre coûts unitaires suivants sont importants :

- **Le coût fixe moyen (CFM) :** est obtenu en divisant le coût fixe total par les quantités produites : CFM = $\frac{\text{CFT}}{\text{X}}$

  Etant donné que les coûts fixes totaux sont constants, les coûts fixes moyens diminuent lorsque la production augmente ; les mêmes coûts fixes sont distribués sur plus d'unités produites
- **Le coût variable moyen (CVM) :** est le coût variable total divisé par le nombre correspondant d'unités produites : CVM = $\frac{\text{CVT}}{\text{X}}$
- **Le cout total moyen (CTM) :** représente ce que coute chaque unité produite, elle est obtenu en divisant le coût total par les quantités produites : **CTM=** $\mathbf{\frac{CT}{X}}$

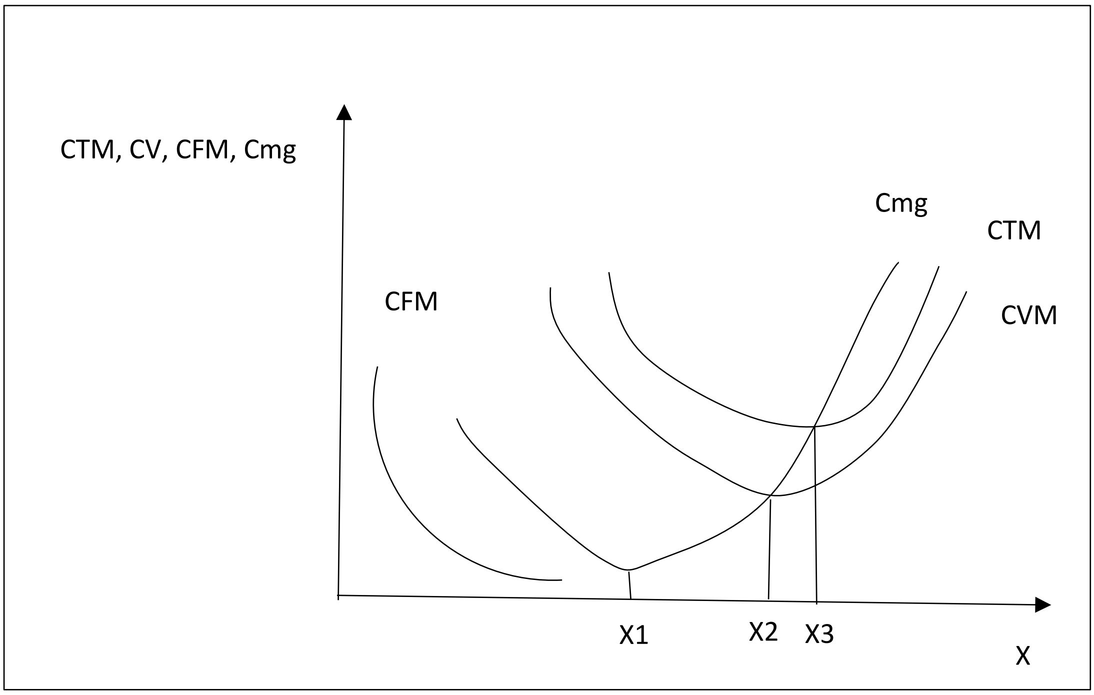
Cependant, avec l'équation : CTM= $\frac{\text{CT}}{\text{X}} = \frac{\text{CFT+CVT}}{\text{X}} = \frac{\text{CFT}}{\text{X}} + \frac{\text{CVT}}{\text{X}} = \text{CFM} + \text{CVM}$

- **Le coût marginal (Cmg):** mesure le supplément de cout engendré par la production d'une unité supplémentaire : Cmg = $\frac{\Delta CT}{\Delta X} = \frac{dCT}{dx} = \frac{dCVT}{dx}$

  Le cout marginal joue un rôle fondamental dans l'analyse des décisions de production. A chaque instant le chef d'entreprise peut s'interroger sur l'opportunité d'augmenter sa production ou de la diminuer.

Les fonctions de coût unitaire prennent, en général, les formes que montre le graphe suivant :

Figure III .2: les courbes de couts unitaire à court terme



Remarques

1. D'un côté, de plus en plus que la production tend vers zéro, le CFM tend vers +∞ ; suite à la sous-utilisation du facteur fixe. De l'autre côté, de plus en plus que la production tend vers +∞, le CFM tend vers zéro ; suite à la sur utilisation du facteur considéré.
2. De plus en plus que X tend vers +∞, le CFM tend vers zéro et le CTM tend vers CVM.
3. Les courbes CTM et Cmg passent toutes les deux par un minimum: Pour X =X 1 ⇒ Min Cmg, pour X= X2⇒ Min CVM et Pour X =X 3 ⇒ Min CTM
4. Pour 0<X<X1 ⇒ Cmg>0 et décroissant ⇒ CT augmente à un taux décroissant ;
5. Pour X >X1 ⇒ Cmg>0 et croissant ⇒ CT augmente à un taux croissant
6. Tant que Cmg < CTM ⇒ CTM décroit ; dès que Cmg > CTM ⇒ CTM croit
7. La courbe Cmg coupe la courbe CTM en son minimum :

   Le coût total moyen : CTM= $\frac{CT}{X}$, Le cout marginal : Cmg = $\frac{dCT}{dx}$

Le minimum de de la fonction CTM est obtenu lorsque la première dérivée de cette fonction est égale a zéro : $CTM' = \frac{(CT' * X) - (X' * CT)}{X^2} = 0$

$X' = \frac{dx}{dx} = 1$, $CT' = \frac{dCT}{dx} = cmg$

$\frac{dCT}{dx} * X - CT = 0$

Alors $\frac{dCT}{dx} = \frac{CT}{X}$

Soit Cmg = CTM

3. La relation entre le coût total moyen et le coût marginal

La relation entre le coût marginal et le coût total moyen peut être illustrée mathématiquement comme suit :

$CTM = \frac{CT}{X}$

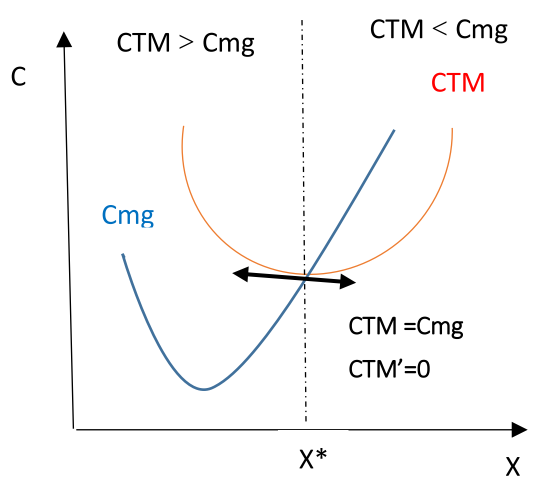
CT= CTM * X

$\frac{d\,CT}{dx} = \frac{\partial CTM}{\partial x} * X + \frac{\partial X}{\partial X} * CTM$

$Cmg = \frac{\partial CTM}{\partial x} * X + CTM$

- $\frac{\partial CTM}{\partial x} < 0$ $Cmg < CTM$: l'expansion de la production entraîne une diminution du coût unitaire : l'entreprise doit augmenter la production.
- $\frac{\partial CTM}{\partial x} > 0$ $Cmg > CTM$: l'expansion de la production entraîne une augmentation du coût unitaire ; l'entreprise doit diminuer la production.
- $\frac{\partial CTM}{\partial x} = 0$ $Cmg = CTM$: Le coût unitaire le plus bas.

Figure III .3: La relation entre le coût total moyen et le coût marginal



4. Les relations entre les différentes productivités et les différents coûts

Considérons la fonction de production : X = f(K°, L) où K° est une quantité fixe de K. Si les prix constants de K et L sont respectivement r et w, le coût fixe prend la forme :

CF = rK° et le coût variable s'écrit : CV = wL. Par conséquent, le coût total s'exprime sous la forme : CT = rK° + wL

De l'équation précédente on peut tirer :

- CFM = $\frac{\text{CFT}}{\text{X}} = \frac{\text{rK°}}{\text{X}} = \frac{\text{r}}{\text{PPMK}}$
- CVM = $\frac{\text{CVT}}{\text{X}} = \frac{\text{wL}}{\text{X}} = \frac{\text{W}}{\text{PPML}}$
- CTM = $\frac{\text{r}}{\text{PPMK}} + \frac{\text{W}}{\text{PPML}}$
- Cmg = $\frac{\partial \text{CT}}{\partial \text{x}} = \frac{\partial(\text{CFT+CVT})}{\partial \text{x}} = \frac{\partial \text{CVT}}{\partial \text{x}} = \frac{\partial \text{wL}}{\partial \text{x}} = \frac{\text{w}\,\partial \text{L}}{\partial \text{x}} = \frac{\text{w}}{\frac{\partial \text{X}}{\partial \text{L}}} = \frac{\text{w}}{\text{PPmgl}}$

5. La maximisation de profit en courte période

Le but ultime de l'entrepreneur est la maximisation de profit. Le profit de l'entreprise est défini comme la différence entre le revenu total (RT= p X) obtenu grâce à la vente de l'output et le coût de production (CT) supporté pour produire ce dernier

$$\pi = \text{Pf}(\text{k}, \text{L}) - (\text{wL} - \text{rK0})$$

On considère l'input K est fixé : K= K0, Soit f (K, L) la fonction de production, P le prix de l'output et w et r les prix des deux inputs :

Max $\pi \rightarrow \text{Max Pf}(\text{K0}, \text{L}) - (\text{wL} - \text{rK0})$

La condition de premier ordre pour la maximisation de profit s'écrit :

$\frac{\partial \pi}{\partial \text{L}} = \text{P}\frac{\partial \text{f}(\text{K0}, \text{L})}{\partial \text{L}} - \text{w} = 0$

→ La valeur du produit marginal : p f_L – w = 0

Ainsi pour maximiser le profit, la quantité d'input doit être telle que la valeur du produit marginal du facteur soit égale au prix de ce facteur

II. Les fonctions de coûts en longue période

Le long terme est défini comme la période où tous les facteurs de production sont variables. Il n'est y donc plus aucun coût fixe

- **Le coût total de long terme CTL** : mesure le coût total minimal supporté par l'entreprise, en fonction du volume de production obtenu, lorsque tous les facteurs de production sont variable

- **Le coût moyen de long terme CML** : mesure le coût moyen minimal supporté par l'entreprise selon la quantité produite, quand tous les facteurs de production varient.
- **Le coût marginal de long terme Cmgl**: mesure l'accroissement du cout total de long terme par unité supplémentaire produite .

1. La courbe de coût total à long terme

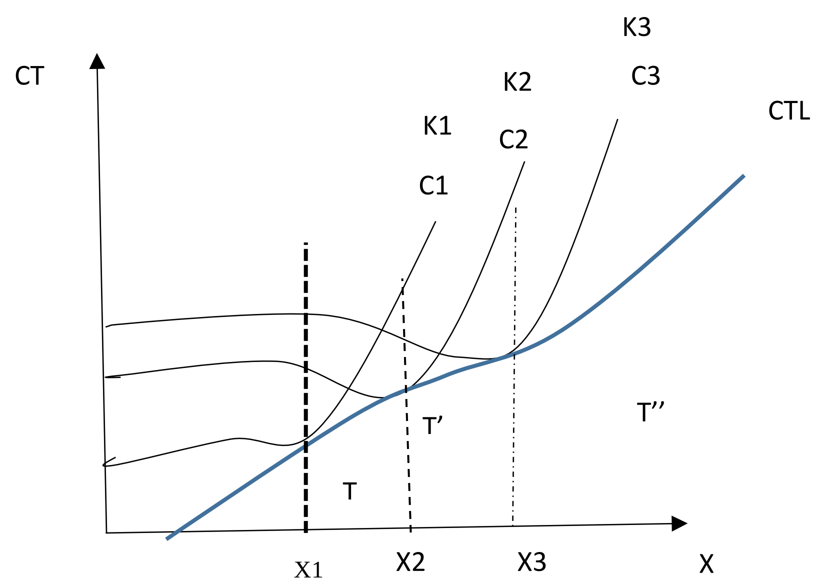
Appelons k la capacité de production installée (la taille de l'entreprise), (plus k est grand plus la taille de l'entreprise est importante). Les coût fixe dépondent de cette capacité k : plus elle est importante, plus les coûts fixe seront élevés. La capacité de production ne peut évoluer qu'à long terme. Le producteur peut décider d'investir afin d'accroitre cette capacité.

Par souci de simplicité, nous considérons que l'entrepreneur puisse choisir parmi 3 tailles, k_1, k_2, k_3. Les fonctions de coût total correspondantes prennent alors la forme suivante :

► CT1= f(X)+ CF1, CT2= f(X)+ CF2, CT3=f(X)+ CF3

Pour chaque taille d'usine on a une courbe de cout total de courte période. Ainsi chaque niveau de production peut être obtenu de différentes manières : avec une petite usine, une moyenne, une grande, mais avec des niveaux de coûts différents

Figure III .4: la courbe de cout totale a long terme



La figure ci-dessus montre que le producteur choisit toujours le coût le plus bas à chaque fois qu'il veut modifier le volume de production, donc s'il veut produire la quantité X1, alors il choisira la première taille car elle lui permet d'obtenir cette quantité au moindre coût, par conséquent (T) se situera à la fois sur la courbe de coût de courte période et sur la courbe de coût de longue période en même temps.

Si le producteur veut augmenter le volume de production à X2, alors le maintien de la première capacité de production permettra d'atteindre cette quantité à un coût plus élevé, par conséquent le producteur passera à la deuxième taille, dont la capacité de production permet de produire la quantité X2 à un coût inférieur au coût du première taille (T').

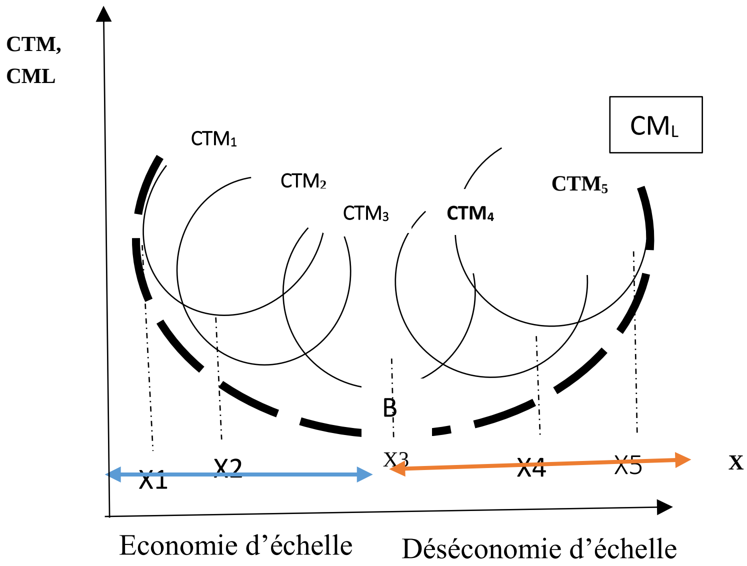
Le producteur passe à la troisième taille au cas où il voudrait augmenter la production à X3, car la capacité de production du troisième projet permet d'atteindre cette quantité au moindre coût (T'') par rapport aux premier et deuxième projets. En conséquent ; Les points T, T'et T'', qui représentent le moindre coût de production des différents niveaux de production, sont des points situés sur la courbe de coût total de long terme, chacun indiquant une taille différente du projet.

Les problèmes de court terme de l'entrepreneur se situent au niveau de l'utilisation optimale d'une entreprise de taille donnée. Etant donné que, sur le long terme, l'entrepreneur est libre de changer le paramètre k et de choisir la taille optimale de ses équipements (celle qui minimise le coût de court terme), la courbe de coût total représente donc une série de points optimaux sur différentes courbes de coûts de court terme. La courbe de coût total de long terme est donc l'enveloppe des courbes de coût total de court terme.

2. La courbe de cout moyen de long terme

La courbe de coût moyen de long terme CM_L enveloppe les courbes de coût moyen de court terme CTM_1, CTM_2 et CTM_3, etc. lesquelles correspondent aux tailles k_1, k_2 et k_3, etc. respectivement. Si on suppose de k est une variable continue alors une infinité de tailles permettra de tracer la courbe CM_L. Chaque courbe CTM_i est tangente en un point à la courbe CM_L et ce point indique le coût minimal pour le niveau de production concerné.

Figure III .5: la courbe de cout moyen à long terme



Note : La courbe de coût moyen de long terme prend la forme U étant donné l'hypothèse d'existence d'économie d'échelle jusqu'à un certain point (le point B sur le graphe précédent). Ces dernières sont définies comme une augmentation moins que proportionnelle des coûts par rapport à la production (la courbe CML est décroissante). A partir de B la courbe CML est croissante et l'entreprise fait face à des dés économies d'échelle.

L'élasticité du coût par rapport à la production permet alors d'évaluer les économies d'échelle.

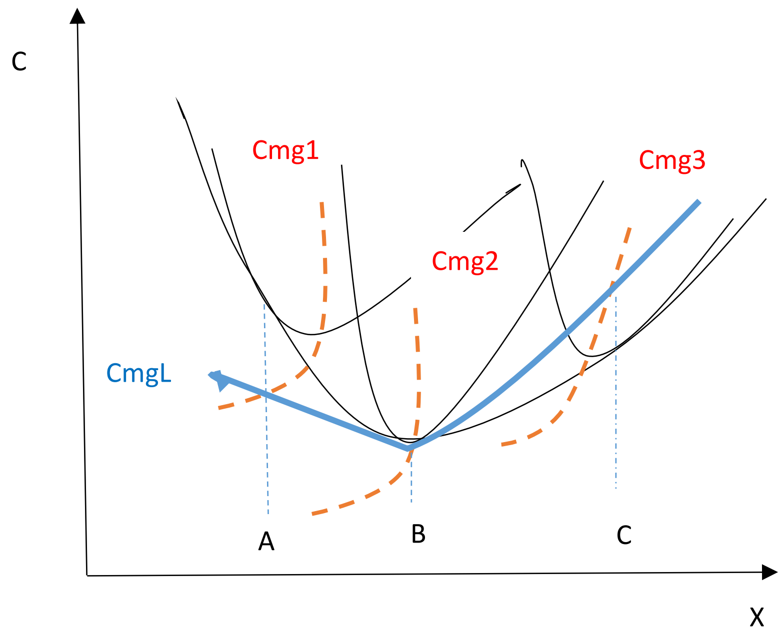
En effet, cette quantité s'exprime sous la forme : $\mathbf{e}_{CX} = \frac{\mathbf{dc}}{\mathbf{dx}} * \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{c}} = \frac{\mathbf{Cmg}}{\mathbf{CTM}}$

Si la quantité e_{CX} est inférieure à l'unité, l'entreprise fait face à des économies d'échelle et dans le cas contraire, elle fait face à des dés économies d'échelle.

3. La courbe de coût marginal de long terme (Cmgl)

La courbe de coût marginal de long terme peut être construite en calculant la dérivée de la fonction de cout total de longue période par rapport aux quantité produites. Elle peut aussi obtenu à partir des courbes de cout marginal de courte période. Mais la courbe de cout marginal de longue période n'est pas la courbe enveloppe des courbes de cout marginal de court terme. [1]Elle est constituée de points situés sur des courbes de coût marginal de court terme, ces points correspondant à des points de production optimaux**,** soit graphiquement :

Figure III. 6: la courbe de cout marginal à long terme



Les points A, B, et C sur le graphe précédent, appartiennent donc à la courbe de coût marginal de long terme qui se construit en reliant ces points.

4. La maximisation du profit en longue période

Le but ultime de l'entrepreneur étant de maximiser le profit, on peut envisager un programme où l'entreprise est libre de faire varier aussi bien le niveau du budget consacré à l'achat des facteurs de production que le niveau de l'output produit. Le profit de l'entreprise est

[1] Varian Hal R., **Introduction a la microéconomie**, traduction de la 7e édition américaine par Bernard Thiry, 6e édition, de boeck, Bruxelles, 2006.

alors défini comme la différence entre le revenu total (RT= p X) obtenu grâce à la vente de l'output et le coût de production (CT) supporté pour produire ce dernier, soit :

$\pi = p X - CT$

En remplaçant X et C par leurs valeurs respectives, l'équation précédente prend la forme :

$\pi = pf(K, L) - (rK + wL)$

Les conditions de premier ordre pour la maximisation de π s'écrivent :

$\delta\pi / \delta L = p f_L - w = 0$

$\delta\pi / \delta K = p f_K - r = 0$

Soit :$p f_L = w$ et $p f_K = r$

La dernière équation souligne qu'à l'équilibre les valeurs des productivités marginales (pf_L et pf_K) des facteurs L et K doivent être égales aux prix respectifs de ces derniers. En d'autres termes, pour que l'entreprise atteigne son équilibre (c'est à dire pour qu'elle obtienne la quantité maximale de profit) chaque input ou facteur de production doit être utilisé jusqu'au niveau où la valeur de sa productivité marginale est égale à son prix.

▶ Note : Les conditions de second ordre pour la maximisation du profit prennent la forme :

$f_{LL}<0$ et $\begin{vmatrix} f_{LL} & f_{LK} \\ f_{KL} & f_{KK} \end{vmatrix} > 0$

III. La détermination de la fonction de coût

Les fonctions de coût peuvent être construites en tenant compte de la fonction de production, de l'équation du coût et du sentier d'expansion de l'entreprise. En effet, la fonction de production

($X = f(K, L)$) permet de construire la carte des isoquants tandis que les informations concernant les prix des facteurs de production permettent de construire les droites d'isocoûts ($C=rK+wL$) et enfin, l'entrepreneur choisit le niveau de production caractérisé par l'égalité entre le TMST et le rapport des prix (point situé sur le sentier d'expansion optimal), soit formellement :

$X = f(K, L)$

$C = rK + wL$

L'équation de l'isocline; $K=f(L)$

Ce système peut en général être réduit à une équation au niveau de laquelle le coût est exprimé en tant que fonction explicite du niveau de l'output, soit :

$CT = C(X) + b \quad (= CV + CF)$

- **Exemple1 :** Une entreprise a une fonction de production de la forme $\mathbf{X = K^{1/2}L^{1/2}}$. Si les prix de K et L sont respectivement r et w et si K est fixe et égal à K*, l'équation du coût prend la forme : $C = wL + rK^*$

✓ La fonction de production peut être reformulée pour exprimer L en fonction de X, soit : $L = \frac{X^2}{K^*}$

✓ Le remplacement de L par sa valeur dans l'équation du coût permet de trouver la fonction de coût de court terme, soit : $CT_c = (\frac{w}{K^*})\, X^2 + rK^* = C(X) + b$ (1)

Note : Etant donné que K est fixe, l'équation du sentier d'expansion n'a pas été utilisée dans la construction de la fonction de coût, cette dernière désignant une fonction de coût de court terme.

De (1) on peut établir différents types de coût, soit :

Coût total moyen : $CTM = CT/X = (C(X) + b)/X$

Coût variable moyen : $CVM = CVT/X = C(X)/X$

Coût fixe moyen : $CFM = CFT/X = b/X$

Coût marginal : $Cmg = dC(X)/dX = C'(X)$

- **Exemple 2 :** Soit l'exemple précédent où l'entreprise à une fonction de production de la forme : $\mathbf{X = K^{1/2}L^{1/2}}$, l'équation du coût **C = rK + wL** et le sentier d'expansion de l'entreprise **K= (w/r) L**:

$$\frac{PPmgl}{PPmgk} = \frac{w}{r} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}L^{\frac{1}{2}-1} \quad K^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}K^{\frac{1}{2}-1}\, L^{\frac{1}{2}}} = \frac{w}{r} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{w}{r} \Rightarrow K = \frac{w}{r}\, L$$

En effet, en introduisant la dernière égalité dans la fonction de production, on peut obtenir :

$$X = (\frac{w}{r})^{\frac{1}{2}} \;\; L^{\frac{1}{2}}\, L^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad Ld = (\frac{r}{w})^{\frac{1}{2}}X, \quad Kd = \frac{w}{r}\,(\frac{r}{w})^{\frac{1}{2}}X = (\frac{w}{r})^{\frac{1}{2}}\, X$$

En introduisant les fonctions de demande précédente dans l'équation du coût, on aboutit à :

$$CT_L = w\;\; (\frac{r}{w})^{\frac{1}{2}}X + \; r\;\; (\frac{w}{r})^{\frac{1}{2}}\, X = 2\, X\, (wr)^{\frac{1}{2}}$$

Note : le résultat précédent aurait pu être retrouvé en utilisant la fonction de production : $X = K^{1/2}L^{1/2}$ et La fonction de coût de court terme : $CTc = (w/K^*)X^2 + rK^*$. L'obtention de la fonction de coût de long terme s'opère en minimisant CTc par rapport au paramètre K* et en remplaçant K* par sa valeur en fonction de X, soit :

▶ $\frac{\partial C}{\partial K^*} = - \frac{w\, X^2}{K^{*2}} + r = 0$ d'où $K^* = (\frac{w}{r})^{\frac{1}{2}}\, X$

En remplaçant K par sa valeur dans l'équation du coût de court terme on peut écrire :

$CT_L = 2(wr)^{1/2}\, X$: La fonction précédente désigne ainsi la fonction de coût de long terme.

Quatrième chapitre : La fonction d'offre

Les facteurs influençant l'offre d'un bien sont le prix du bien, les prix des facteurs de production, les conditions de la production et les conditions de la concurrence. Supposons que les prix des facteurs, les conditions de production et de la concurrence restent inchangés, comment évolue l'offre lorsque le prix du bien change ?

On appelle fonction d'offre, la relation entre le prix de marché d'un bien et la quantité offerte de ce bien à une période donnée, toutes choses égales par ailleurs (ceteris paribus).

Les fonctions d'offre de l'entreprise individuelle peuvent être définies pour une très courte période (période de commercialisation) au sein de laquelle le niveau de l'output ne peut pas varier, pour une courte période (court terme) au niveau de laquelle le niveau de l'output peut varier grâce à la variation du facteur variable et enfin, pour une période longue (long terme) au niveau de laquelle tous les facteurs sont variables.

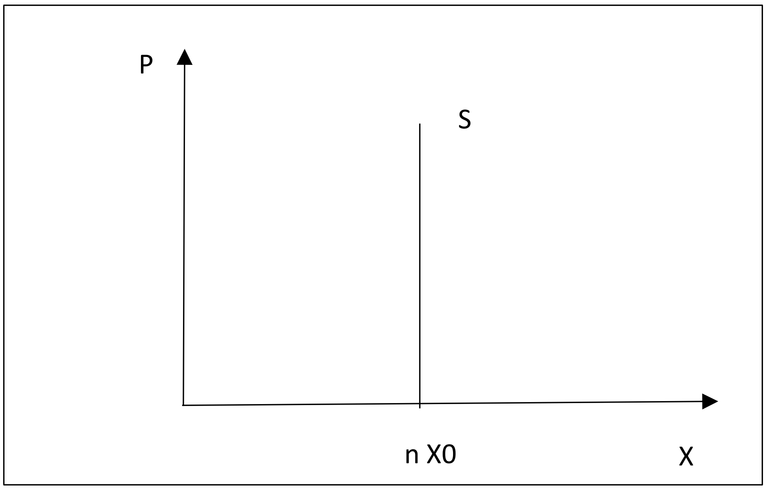
I . La fonction d'offre de très court terme

Supposons qu'une entreprise produise une quantité X° au temps t. A cet instant précis, l'offre de l'entreprise est fixe et l'entrepreneur tente de vendre la quantité X° au prix le plus élevé. Par conséquent, la courbe d'offre est représentée par une droite verticale.

Etant donné que le prix établi par le marché est le prix le plus élevé auquel l'output de l'entreprise peut être vendu, cette dernière maximise donc son profit en vendant tout son output.

Enfin, étant donné que l'output de chaque entreprise est fixe, l'offre globale ou offre de marché de très court terme est également fixe et ne dépend pas du prix de marché. Par conséquent, l'offre globale est représentée par une droite verticale et la distance entre cette droite et l'axe des prix est égale à la somme ($nX°$) des outputs des n entreprises individuelles qui vendent le bien X, soit graphiquement :

Figure IV .1 : la courbe d'offre à très court terme



La droite verticale *S* désigne donc la courbe d'offre du marché qui est la sommation des courbes d'offre de toutes les entreprises individuelles présentes sur le marché.

II. La fonction d'offre de court terme

La fonction d'offre doit établir un lien entre le prix du produit et la quantité offerte (produite et proposée à la vente) par le producteur : S = f (p)

1. La fonction d'offre individuelle

Si l'entreprise a pour objectif la maximisation du profit alors la fonction d'offre peut être tirée des conditions de premier ordre pour la maximisation du profit. En effet le profit de l'entreprise est défini par : $\pi = pX - C(X)$

- On sait qu'une fonction admet un extremum au point où sa dérivée première est nulle: c'est la condition de premier ordre: $d\pi/dX = p - C'(X) = 0$

$$\text{Ou} \quad p = Cmg$$

➢ Cette dernière équation permet de souligner que l'entreprise est en équilibre lorsqu'elle égalise son coût marginal au prix donné par le marché, cela signifie que pour obtenir le profit total maximum il faut produire tant que le coût de la dernière unité produite est inférieur au prix du produit. On peut admettre facilement que tant que le coût de la dernière unité produite (le coût marginal) est inférieur à ce que rapporte une unité supplémentaire vendue (le prix) il faut continuer de produire. En revanche quand la dernière unité produite coûte plus qu'elle se rapporte il faut cesser de produire.

❖ Sur la base de cette condition, on peut dire : la courbe d'offre de produits est complètement identique à la courbe de coût marginal

- D'autre part, pour que cet extremum soit un maximum, il faut que sa dérivée seconde soit négative: c'est la condition de second ordre.

$$\frac{d^2\pi}{dx} < 0 \Rightarrow - C''(X) < 0 \Rightarrow C''(X) > 0$$

La condition de second ordre montre que, pour le niveau de production X*, le Cmg doit être croissant : Alors, la courbe d'offre de produits est identique à la courbe de coût marginal dans la partie où la pente de cette dernière est positive (ascendante)

➢ Parfois, la meilleure stratégie pourrait être de ne rien produire :

Le CT = Coût Variable (CV) + coût fixe (CF)

✓ Si on ne produit pas : X = 0 => on supporte quoiqu'il arrive des CF. CT = CF; Dans ce cas le profit n'existe pas, c'est même une perte : $\pi = 0 - CF$

- ✓ Si on produit : $X \neq 0$ => La production ajoute des CV aux CF. CT = CV + CF, Le profit correspond alors à : $\pi = pq - CV - CF$

De plus l'entreprise ne produira que si le profit dans le 2eme cas est supérieur ou égal à celui dans l er cas : C'est-à-dire si : $\pi q \neq 0 \geq \pi q = 0$

$PQ - CV - CF \geq 0 - CF \Leftrightarrow p \geq (CV / q)$ ce qui correspond à $p \geq CVM$

En fait, le profit qu'il soit positif ou négatif, doit être supérieur au profit qu'on réalise lorsqu'on ne produit pas (ou plutôt à la perte puisqu'il n'y a que des coûts)

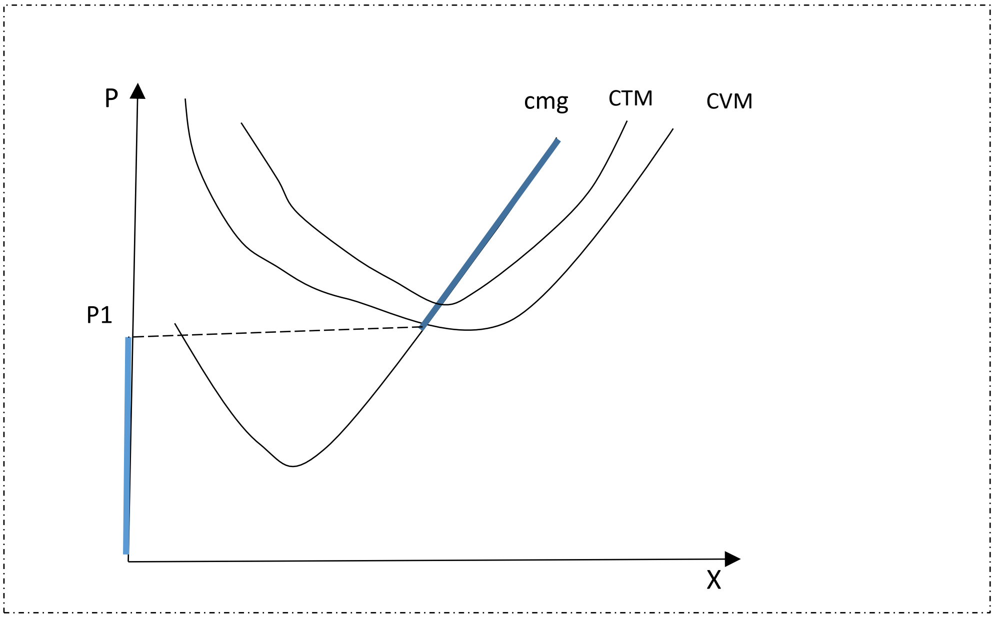
La condition pour que l'entreprise produise est donc, au final $p \geq$ Min CVM et ici on peut dire que, la courbe d'offre est identique à la courbe de coût marginal dans la partie ascendante située au-dessus de la courbe du cout variable moyen

Formellement si S_i désigne l'offre de l'entreprise individuelle alors on peut écrire :

$S_i = S_i(p)$ si $p \geq \text{Min}(CVM)$

$S_i = 0$ si $p < \text{Min}(CVM)$

Figure IV. 2: Courbe d'offre de l'entreprise à court terme



La fonction d'offre (en trait vert épais) se confond donc avec la partie de la courbe de cout marginal, partie croissante et supérieure au minimum du cout variable moyen. Lorsque le prix de vente est inférieur à cette valeur, l'offre de la firme est nulle, c'est pourquoi la courbe d'offre se poursuit sur l'axe des ordonnées

Le profit de l'entreprise

- ✓ Le profit est égal à la RT moins le CT
- ✓ La RT (p.x*) est égale sur le graphique à la surface 0PAX*

- ✓ Le CT, que l'on peut calculer par CMT.x*, est égal à la surface 0 CTM B X*
- ✓ Le profit sera donc égale à la différence entre ces deux surfaces, à savoir la surface CTM P A B

Figure IV .3: le profit de l'entreprise

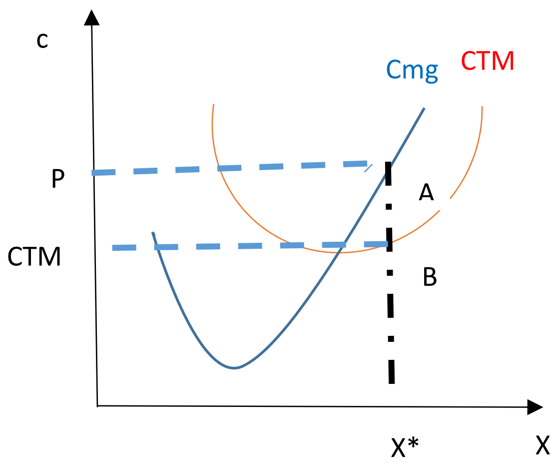
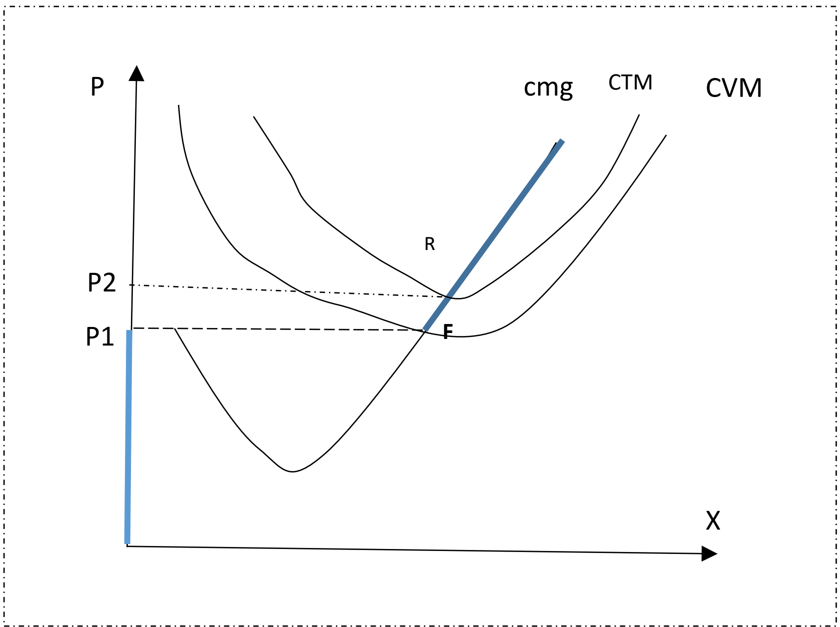


Figure IV. 4: Le seuil de fermeture et le seuil de rentabilité



- ✓ Si le prix de marché est égal à p_1 l'entreprise produit la quantité X_1. Le revenu total et le coût total seront égaux à la surface $0p_1RX_1$. Le profit pur sera alors nul. Le point R au niveau duquel le coût marginal est égal au coût total moyen est appelé **seuil de rentabilité**.
- ✓ Si le prix de marché est égal à p_2, l'entreprise produit la quantité X_2. Le revenu total et le coût variable total seront égaux et l'entreprise ne couvre pas le coût fixe dans sa totalité. Tout prix inférieur à p_2 signifie donc la non couverture du coût fixe et d'une partie du coût variable. Le point F au niveau duquel le coût marginal est égal au coût variable moyen est

appelé **seuil de fermeture** : On ferme l'entreprise quand les recettes ne permettent pas de couvrir les Couts Variable de production,

En résumé :

- ✓ Si le prix de marché est supérieur à p_1 l'entreprise obtient un profit pur. Le point d'intersection des courbes d'offre et de coût moyen représente le seuil de rentabilité de l'entreprise. Ce point indique le volume de production et le niveau de prix à partir desquels l'entreprise réalise du profit. Au-dessous de ce point, l'entreprise réalise des pertes.
- ✓ A court terme, tant que le prix de marché est situé entre p_1 et p_2 l'entreprise doit continuer à produire pour minimiser ses pertes, étant donné que le revenu des ventes permet de couvrir le coût variable et une partie du coût fixe.
- ✓ Si le prix descend au-dessous de p_2 (le seuil de fermeture), l'entreprise doit arrêter de produire car elle ne peut couvrir ni les coûts variables, ni les coûts fixes.[1]

2. La fonction d'offre globale (ou de la branche)

La branche d'un bien est constituée par l'ensemble des n entreprises produisant ce même bien. Chaque entreprise i de la branche dispose d'une fonction d'offre individuelle de court terme qui dépend de ses coûts

Si on suppose que toutes les entreprises opérant sur le marché concerné sont identiques alors l'offre globale de la branche (l'ensemble des n entreprises qui produisent le bien homogène étudié) est obtenue en sommant les n offres individuelles, soit formellement

- ➢ $S(P)=\sum_{i=1}^{n} Si\ (P)$ si $P>Min(CVM)$
- ➢ $S\ (P) = 0$ si $p < Min(CVM)$
- ▶ Enfin, la fonction d'offre de l'entreprise individuelle étant monotone et croissante, la fonction d'offre globale l'est aussi.

Si Les entreprises A et B n'ayant pas la même structure de coût, elles n'ont donc pas la même fonction d'offre ni le même seuil de fermeture si $P\ FA < PFB$

- ➢ Pour tout $p < P\ FA$, aucune entreprise ne produit : l'offre totale est nulle et le seuil de fermeture de l'offre totale correspond à celui de l'entreprise A
- ➢ Pour tout $PFA<p< PFB$, seule l'entreprise A peut offrir une quantité non nulle et l'offre totale est égale à l'offre de A
- ➢ Pour tout $p > PFB$, les deux entreprises produisent et l'offre agrégée est égale pour chaque niveau de prix à la somme de l'offre A et de l'offre de B

[1] Rachid bendib , Op ct, P71.

III. La fonction d'offre à long terme

À long terme, la fonction d'offre occupe une place centrale dans l'analyse du comportement des entreprises en situation de concurrence. Contrairement au court terme, où certains facteurs de production sont fixes, le long terme se caractérise par la possibilité pour chaque entreprise d'ajuster l'ensemble de ses facteurs de production et pour le secteur d'ajuster le nombre d'entreprises présentes sur le marché. Il en résulte une dynamique d'ajustement et une flexibilité maximales, rendant la fonction d'offre de long terme particulièrement révélatrice des choix optimaux de production et des conditions d'équilibre concurrentiel.

1. La fonction d'offre individuelle (de l'entreprise)

À long terme, l'entreprise a la possibilité d'ajuster les quantités de tous les facteurs de production, et elle doit choisir X de telle manière que les valeurs de RT et CT qui en découlent rendent le profit maximum :

$\text{Max } \pi = \text{Max } (p. x - CTL (x))$

En respectant les conditions de 1er et 2nd ordres, nous constatons que pour maximiser son profit, le producteur doit :

→ Offrir la quantité x* dont le Cmg de long terme est égal au prix de l'output

P= CmgL

→ Et , pour x*, le Cmg de long terme doit être croissant $\frac{dCmgl}{dx} > 0$

A long terme le profit doit être ≥ 0, c'est-à-dire l'entreprise doit arrêter immédiatement la production si elle enregistre une perte :

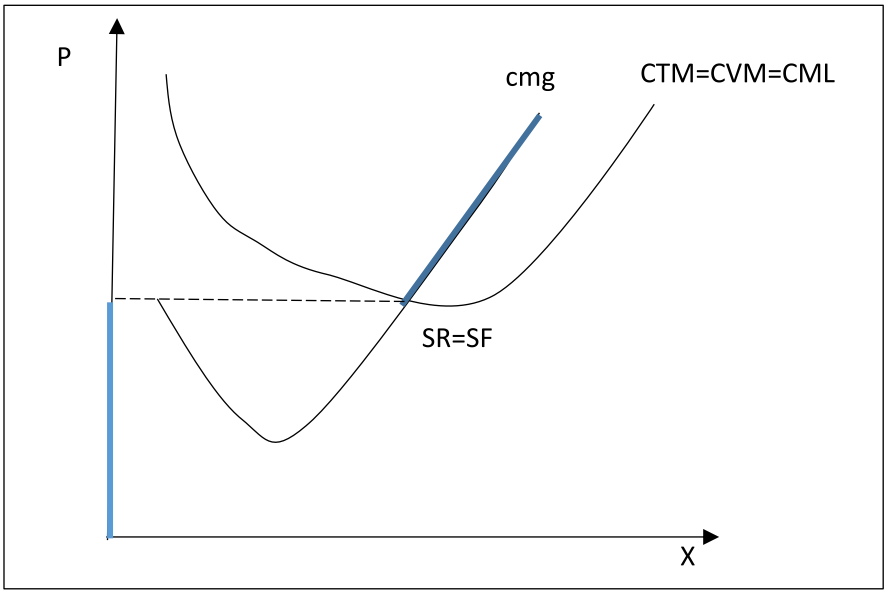
Pour que le profit soit positif ou nul, la quantité offerte doit permettre de vérifier :

$PX^* - CTL \geq 0 \iff PX^* \geq CTL \iff P \geq \frac{CTL}{X*} \iff P \geq CML$

- Sachant que la quantité optimale x* est définie telle que p = CmgL on aura CmgL ≥ CML
- Et, sachant que le CmgL est supérieur au CML lorsque le CML est croissant (au-delà du minimum du CML)
- Donc, à long terme, l'entreprise offrira une quantité d'output x* à condition que le prix du marché soit supérieur au min du CML
- La fonction d'offre de long terme d'une entreprise est donc la suivante :
- X sera tel que P= cmgl   Si   P≥ MIN CML
- X= 0   Si P< Min CML

➤ A long terme Le seuil de fermeture est donc égal au seuil de rentabilité et il est égal au minimum du CML

Figure IV .5: Courbe d'offre de l'entreprise à long terme



La courbe d'offre à long terme est la partie croissante de la courbe des coûts marginaux à long terme situé en dessus du minimum du coût moyen de long terme

2. La fonction d'offre globale (ou de la branche)

À Long Terme, les entreprises tendent à utiliser la même technique de production pour un niveau d'output donné

Conséquence : les courbes de coût et les offres individuelles de Long terme seront similaires pour toutes les entreprises

L'offre totale de Long terme est alors égale à la somme des offres individuelles de long terme des n entreprises présentes dans la branche

$$S_{LT}(P) = \sum_{i=1}^{n} Si_{LT}(P)$$

$$S_{LT}(P) = n\, Si_{LT}(P)$$

IV. l'élasticité-prix de l'offre

L'élasticité-prix de l'offre d'un bien ou service mesure la sensibilité de la quantité offerte de ce bien à une variation du prix du bien ou service. Elle Mesure le pourcentage de variation de la quantité offerte Qs d'un bien suite à une augmentation de 1 % du prix P de ce bien :

Formellement,

$$\text{ep, } x_S = \frac{\text{Pourcentage de variation de la quantité offerte}}{\text{Pourcentage de variation du prix}} = \frac{\frac{dS}{S}}{\frac{dP}{P}} = \frac{dS}{dP} * \frac{P}{S}$$

L'offre est généralement plus élastique à long terme qu'à court terme, à court terme les entreprises sont contrainte par leur capacité de production

Classes d'élasticités

a) Parfaitement élastique : $Es = \infty$

b) Elastique : $Es > 1$; Une variation du prix entraîne une variation plus que proportionnelle de la quantité offerte.

c) Unitaire : $Es = 1$; Une variation du prix entraîne une variation proportionnelle de la quantité offerte.

d)Inélastique : $Es < 1$: Une variation du prix entraîne une variation moins que proportionnelle de la quantité offerte.

e) Parfaitement inélastique : $Es = 0$; Une variation de prix laisse la quantité offerte inchangée

Cinquième chapitre: L'équilibre du marché

Après avoir analysé séparément le comportement du consommateur qui cherche à maximiser son utilité sous contrainte budgétaire, le comportement du producteur qui vise à maximiser son profit, et la structure des coûts de production, nous sommes désormais en mesure d'étudier comment ces deux agents économiques interagissent sur le marché pour déterminer les prix et les quantités échangées. Le marché représente le lieu de rencontre, réel ou virtuel, entre l'offre et la demande d'un bien ou d'un service. C'est sur ce marché que s'opère la coordination des décisions individuelles des consommateurs et des producteurs, conduisant à un état d'équilibre où les intérêts apparemment conflictuels de ces agents se compensent parfaitement.

L'importance de l'étude de l'équilibre du marché réside dans plusieurs aspects fondamentaux. Premièrement, le point d'équilibre détermine deux éléments cruciaux : le prix d'équilibre et la quantité d'équilibre, qui sont au cœur de la plupart des débats économiques. Deuxièmement, l'équilibre représente la meilleure situation possible pour le marché car c'est celle pour laquelle le plus grand nombre de transactions sera réalisé, au meilleur prix. Troisièmement, la compréhension du mécanisme d'ajustement vers l'équilibre permet d'analyser les conséquences de divers chocs économiques et des politiques publiques sur les prix et les quantités échangées.

La formation de l'équilibre et les caractéristiques qui en résultent dépendent essentiellement de la structure du marché considéré. Dans ce chapitre, nous examinerons deux structures de marché fondamentalement différentes qui représentent les cas extrêmes du spectre des organisations de marché.

La concurrence parfaite constitue le modèle de référence en microéconomie. Dans un marché parfaitement concurrentiel, aucun agent économique, qu'il soit consommateur ou producteur, ne peut influencer le prix de marché par ses décisions individuelles ; tous sont preneurs de prix. L'équilibre concurrentiel qui en résulte présente des propriétés remarquables en termes d'efficacité économique et d'optimalité sociale.

Le monopole représente la structure de marché opposée, caractérisée par la présence d'un seul producteur face à une multitude de consommateurs. Le monopoleur dispose d'un pouvoir de marché qui lui permet de fixer le prix de vente de son produit en tenant compte de la courbe de demande à laquelle il fait face.

Ⅰ. L'équilibre du marché en régime de concurrence parfaite

La concurrence parfaite se caractérise essentiellement par l'existence d'un grand nombre de vendeurs et d'acheteurs. La multitude de vendeurs et d'acheteurs a pour corollaire qu'aucun agent individuel ne peut influer sur les conditions du marché et notamment sur les prix. Le consommateur individuel considère les prix des biens comme des données et achète le panier qui maximise son utilité. L'entrepreneur, quant à lui, fait face à des prix d'inputs et d'output donnés et produit le niveau d'output qui lui assure un maximum de profit. Le consommateur ainsi que l'entrepreneur doivent résoudre un problème d'optimisation. Les prix sont déterminés par le marché où les entrepreneurs et les consommateurs se rencontrent pour échanger les biens. L'analyse de l'équilibre du marché entend ainsi décrire les mécanismes qui permettent de déterminer le prix de marché d'un bien et la quantité échangée.

1. Hypothèses de la concurrence parfaite :

De façon théorique, un marché de concurrence nécessite de réunir certaines conditions. On considère que quatre conditions s'imposent. On les nomme « conditions de la concurrence pure et parfaite » :[1]

- L'atomicité des offres et des demandes individuelles : le nombre élevé des vendeurs et des acheteurs présents sur le marché et leur taille suffisamment restreinte ont pour conséquence qu'aucun d'eux ne peut, en faisant varier son offre ou sa demande individuelle, modifier de façon appréciable l'offre ou la demande globale. L'atomicité suppose donc que chaque intervenant sur le marché est obligé de considérer le prix comme une donnée indépendante de son action
- L'homogénéité du bien : la concurrence ne s'exerce que sur le prix et non sur les caractéristiques du bien, par exemple sa qualité ; les entreprises, appartenant à une même branche, offrent un bien de qualité identique,
- Marché ouvert (la libre entrée sur le marché) : aucune contrainte ne peut freiner la sortie ou l'entrée d'une entreprise, Cette liberté exige la parfaite mobilité des produits et des facteurs de production.
- La transparence du marché : tous les sujets économiques disposent d'une information parfaite sur les conditions du marché, c'est à dire les quantités offertes et demandées et les prix du bien et des facteurs de production.

2. La demande globale et l'offre globale :

La courbe d'offre agrégée est une combinaison des offres individuelles des entreprises. L'offre individuelle d'une entreprise est simplement la quantité qu'elle est prête à produire pour un prix donné. Plus le prix est élevé et plus une entreprise sera prête à augmenter sa production. En additionnant toutes les offres individuelles des entreprises présentes sur le marché, on obtient l'offre totale du marché, que l'on notera S(P) .

[1] Bernier Bernard, Védie Henri-Louis, **Initiation à la microéconomie**, 3e édition, DUNOD, Paris, 2009, P104.

Comme pour l'offre agrégée, la demande agrégée sera aussi une somme des demandes individuelles. Une demande individuelle est la quantité d'un bien qu'un individu est prêt à acheter pour un prix donné. Cette demande est décroissante pour la plupart des bien, si on additionne la demande de tous les individus, on aura une demande agrégée qui est la somme de ces quantités demandées, qui est donc elle aussi décroissante D(P)

Soit p le prix du bien échangé, en supposant que m consommateurs et n producteurs de ce bien sont réunis sur le marché, la demande totale, notée D, est exprimée par la somme des demandes provenant de l'ensemble des consommateurs, tel que :

$D(p) = \sum_{i=1}^{m} Di(P)$; avec $D'(p) < 0$ et $Di(p)$ est la demande individuelle du consommateur

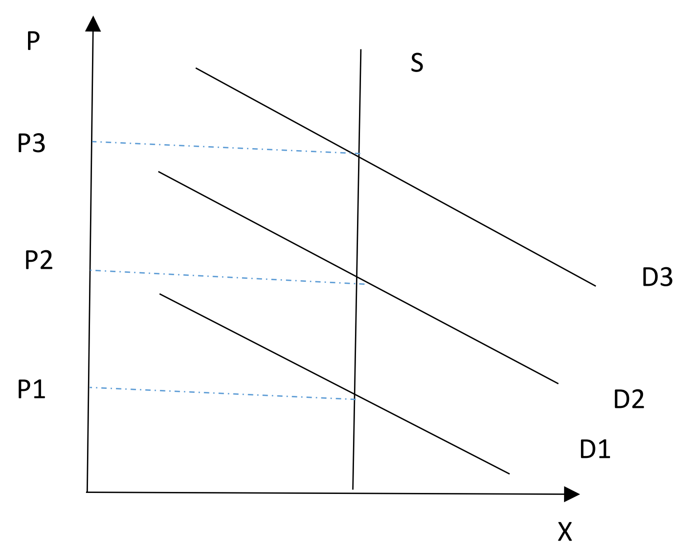
L'offre totale de courte période, notée S, est la somme des offres de chacune des entreprises de la branche, tel que :

$S(p) = \sum_{i=1}^{n} Si(P)$; avec $S'(p) > 0$ et $Si(p)$ est l'offre de l'entreprise

3. L'équilibre en période de commercialisation (très court terme)

En période de commercialisation les entreprises ne peuvent opérer aucun ajustement. Le niveau de la production est fixé et ne peut pas varier. Chaque entreprise a donc une offre fixe qu'elle vend au prix établi par le marché. Par conséquent, la courbe d'offre de la branche ou courbe d'offre globale est égale à la somme des courbes d'offre individuelle et est représenté par une droite verticale (l'élasticité de l'offre est nulle). L'équilibre du marché est alors déterminé par l'intersection de la courbe d'offre globale et de le courbe de demande globale, soit graphiquement :[1]

Figure V .1 : l'équilibre de marché à très court terme



[1] Rachid Bendib, OP CT, P74 .

L'équilibre du marché est obtenu au prix qui égalise la quantité offerte à la quantité demandée. Si la demande globale est représentée par la droite D_1, le prix d'équilibre est égal à p_1. Si la demande globale et représentée par D_2 le prix d'équilibre sera p_2 etc.. Etant donné que la quantité offerte est fixe en période de commercialisation, la quantité d'équilibre est déterminée par l'offre uniquement. Par contre le prix d'équilibre est déterminé par la demande uniquement.

Ce résultat suggère qu'en période de commercialisation l'offre et la demande globale ne déterminent pas conjointement le prix et la quantité d'équilibre.

4. L'équilibre du marché en courte période

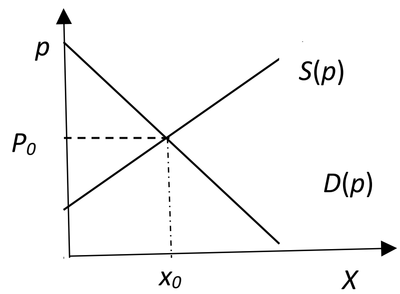
La courbe d'offre de court terme de l'entreprise est constituée de la portion ascendante (au-dessus du seuil de fermeture) de la courbe de coût marginal. En admettant l'hypothèse que les prix des facteurs de production ne varient pas suite à une variation de la demande les concernant de la part des entreprises, on peut avancer que la courbe d'offre de la branche est égale à la sommation des courbes de coût marginal des entreprises qui constituent la branche.

Formellement si $S_i = S_i(p)$ désigne la fonction d'offre de court terme de l'entreprise i alors la fonction d'offre globale de court terme est définie par $S = \sum^n S_i(p) = S(p)$. Le prix et la quantité d'équilibre de court terme sont alors déterminés par l'égalisation de l'offre et de la demande globales, soit :

$$S(p) = D(p)$$

Graphiquement l'égalité précédente apparaît sous la forme :

Figure V. 2 : l'équilibre de marché à court terme

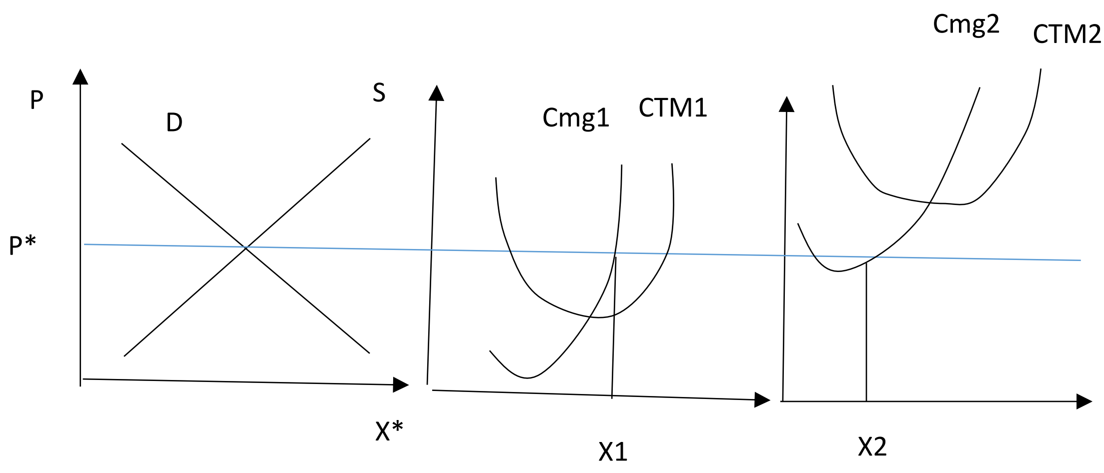


Note : La fonction de demande $x = D(p)$ peut être réécrite sous la forme :

$p = D^{-1}(x)$ ou $p = \phi(x)$ où ϕ est appelée **fonction de demande inverse**

L'équilibre à court terme du marché peut être visualisé sur le graphe suivant :

Figure V .3 : l'équilibre de marché et d'entreprise à court terme



Equilibre du marché Equilibre de l'entreprise 1 Equilibre de l'entreprise2

Etant donné les courbes de demande D et d'offre S, le marché est en équilibre au point e (point d'intersection de l'offre globale et de la demande globale). Le prix fixé par le marché est donc p* tandis que X*est la quantité échangée. La firme représentative 1 produit la quantité x_1 (niveau où p° = Cmg_1) et obtient un profit pur égal à la surface Ap°CB tandis que la firme représentative 2 produit x_2 et supporte une perte (profit négatif) égale à la surface p°DGF.

L'existence d'un profit pur pour les entreprises de type1 et d'une perte pour les entreprises de type 2 indique que l'équilibre ne peut être qu'un équilibre de court terme. En effet, les entreprises de type 2 ne peuvent pas supporter une perte sur le long terme. Si elles n'arrivent pas à réajuster leurs équipements elles devront se retirer du marché. Par contre les entreprises de type 1 auront tendance à augmenter leur capacité de production ou la taille de leurs équipements pour accaparer un plus grand profit.

Enfin, l'existence d'un profit pur attirera de nouvelles entreprises vers la branche. L'expansion d'entreprises déjà présentes au sein de la branche, la sortie d'entreprises incapables de réajuster leurs équipements et enfin, l'entrée de nouvelles entreprises entraînera graduellement le marché vers l'équilibre de long terme

5. La rente du consommateur et la rente du producteur

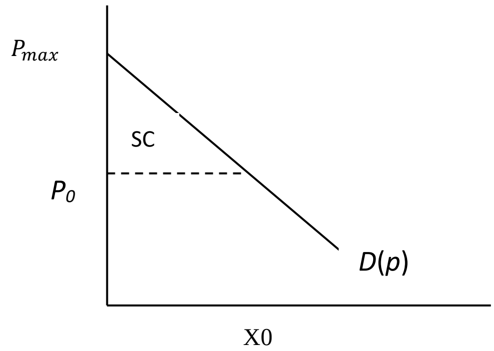
Le surplus du consommateur est la différence entre, d'une part, le montant maximum que celui-ci serait prêt à payer pour recevoir une quantité du bien en question et, d'autre part, la dépense effective consacrée à l'achat de cette quantité au prix po: Si le prix d'un bien est p_* et si le consommateur achète x_* alors la dépense totale est de p_*x_*. La surface sous la courbe de demande jusqu'au point x_* est considérée comme la somme que le consommateur serait enclin à payer pour obtenir la quantité X* (prix maximum ou prix de réserve).

Soit formellement :

$$S_C = \int_0^{x^*} D^{-1}(x)\, dx - p_* x_*$$

La surface sous la courbe de demande et au-dessus du prix du marché mesure le surplus des consommateurs

Figure V .4: la rente du consommateur

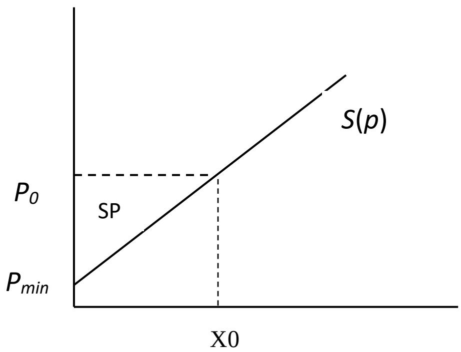


Pour le producteur, il y a un prix de réserve en dessous duquel il n'est pas prêt a vendre. Le surplus de producteur représente donc la différence entre ce que le producteur était prêts à concéder en recette et ce qu'il perçoit effectivement. Soit formellement :

$$S_p = p_0\, x_0 - \int_0^{x0} S^{-1}(x)\, dx$$

On peut définir le surplus du producteur comme la surface située au-dessus de la courbe d'offre et délimitée par la droite p_0,

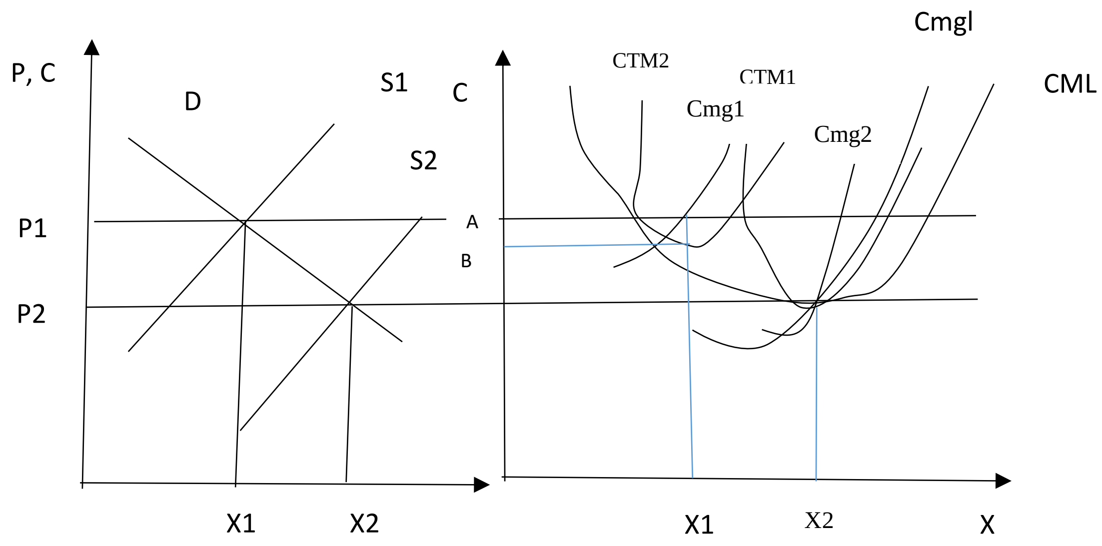
Figure V. 5: la rente du producteur



6. L'équilibre du marché en longue période :

L'équilibre de long terme sera enfin atteint lorsque le prix d'équilibre du marché sera égal au minimum de CM_L. A ce niveau chaque entreprise de la branche aura une taille optimale et produira la quantité correspondant au $Min(CM_L)$. Enfin, l'inexistence de profit pur ne motivera pas l'entrée de nouvelles entreprises. L'argumentation qui précède est illustrée par le graphe suivant :

Figure V 6: l'équilibre de marché à long terme



Si p_1 est le prix d'équilibre du marché, les entreprises qui, individuellement, exhibent CM_1 et Cmg_1 comme courbe de coût moyen et courbe de coût marginal produisent chacune la quantité x_1 et obtiennent chacune un profit pur unitaire égal à AB. Par conséquent, ces entreprises sont motivées pour s'agrandir, produire plus et accaparer une plus grande part de profit. L'agrandissement des entreprises s'opère par la construction d'établissements plus grands que les établissements en activité. Ainsi, la courbe de coût moyen de court terme de chaque entreprise glissera vers la droite, le long de la courbe CM_L.

En outre l'existence d'un profit pur attirera de nouvelles entreprises vers la branche. Ces deux phénomènes auront pour conséquence première une augmentation de l'offre qui déplacera la courbe S_1 vers la droite S0. Tant qu'un profit pur existe la production continuera à croître (agrandissement des unités existantes et entrée de nouvelles entreprises) et le prix de marché à baisser (étant que la demande est inchangée).

Dans un deuxième temps, cette baisse du prix entraîne un manque à gagner pour toutes les entreprises qui constituent la branche. Celles dont le coût moyen est supérieur au prix de vente, quitteront le marché. Cette nouvelle situation a pour conséquence la diminution de l'offre totale et l'augmentation du prix. Ces ajustements successifs, c'est à dire l'entrée des nouvelles entreprises et l'adaptation ou la sortie de la branche des entreprises déjà en activité, se poursuivront jusqu'à ce que chaque entreprise ne fasse plus ni profit ni perte.

L’équilibre de long terme d’une entreprise, en situation de concurrence parfaite, sera atteint pour un prix p0 correspondant au minimum de la courbe du CML, c’est à dire lorsque le marché est caractérisé par un profit nul.
Au point d’équilibre de l’entreprise, on remarque d’une part, que le minimum de la courbe du CML correspond au minimum d’une courbe de CM, et d’autre part, que les coûts marginaux de court et de long termes sont égaux.

$$CM_L = CM = Cmg_L = Cmg = p$$

Cette égalité indique qu’à long terme chaque entreprise produit la quantité x° en utilisant un établissement dont la taille est optimale (les minima de CM_L et CM_0 coïncident et les coûts marginaux de long et de court terme sont égaux). Enfin, l’équilibre du marché est représenté par le couple (p°, X°).

- **Note :** La position d’équilibre de long terme se caractérise par une situation de profit pur nul. Cependant les entreprises obtiennent un profit comptable (appelé profit normal) égal à la rémunération qu’il aurait pu obtenir, en plaçant leur (capital, force de travail, terre,,,,) dans d’autres branches d’activités.

II. L’équilibre de marché dans les régimes de concurrence imparfaite :

Les analyses précédentes ont été développées sur la base de l’existence d’une concurrence parfaite sur les marchés. Les prix des biens aussi bien que ceux des facteurs ne sont pas affectés par les décisions des consommateurs (nombreux) et des entreprises (nombreuses). Chaque entreprise maximise son profit en choisissant le niveau d’output qui correspond à l’égalisation du coût marginal au prix donné par le marché.
Un marché se caractérise par une concurrence imparfaite si les actions d’un ou de plusieurs agents économiques (vendeurs ou acheteurs) influencent le prix d’une manière ou d’une autre. La notion de concurrence imparfaite englobe cependant différentes structures de marché.

1. Le monopole pur

Une entreprise est un monopole lorsqu’elle est la seul à produire un bien ou un service homogène pour lequel il n’existe pas de substitut. Par conséquent, Il n’y a aucune distinction entre la branche et le monopoleur (l’entreprise qui monopolise le marché).
La courbe de demande du monopoleur possède ainsi les mêmes caractéristiques que la courbe de demande globale d’un marché de concurrence parfaite. Elle résulte donc de l’agrégation des courbes de demande des consommateurs individuels et est supposée avoir une pente négative. La quantité que vend le monopoleur est une fonction du prix qu’il charge au niveau du marché, soit :

$$x = f(p): (dx/dp< 0)$$

Puisque l'entreprise fait face à une demande décroissante D (P), on a besoin de définir la demande inverse, que l'on va noter p(x), et qui reflète le prix auquel le marché va absorber l'offre Q :

$$p(x)= D^{-1}(x): (dp/dx< 0)$$

Ainsi, contrairement à l'entreprise en concurrence parfaite, le prix que charge le monopoleur est une fonction de la quantité qu'il offre (plus la quantité offerte augmente et plus le prix diminue). Le monopoleur dispose donc deux stratégies : soit il fixe la quantité qu'il désir vendre et laisse les acheteurs fixer le prix d'achat ; soit il fixe le prix et laisse aux consommateurs le soin de déterminer la quantité achetée. Dans les deux cas, c'est la courbe de demande qui définit le niveau de l'élément que le monopoleur n'a pas choisi de fixer. Il ne peut pas décider du prix et de la quantité de façon simultanée et indépendante.

2. Recette totale, recette moyenne et recette marginale.

- En concurrence pur et parfaite, les revenus de l'entreprise sont simplement :

$$R\ T= p\ x$$

Pour le monopole, comme le prix dépend de la quantité, on peut substituer p, ce qui devient : $RT= p(x) * x$

- La recette moyenne représente le chiffre d'affaires par unité produite :

$$RM\ (X) = RT / X = p\ (x).$$

- Son revenu marginal (ou revenu de la dernière unité vendue) est formellement la dérivée de RT par rapport à x, soit :

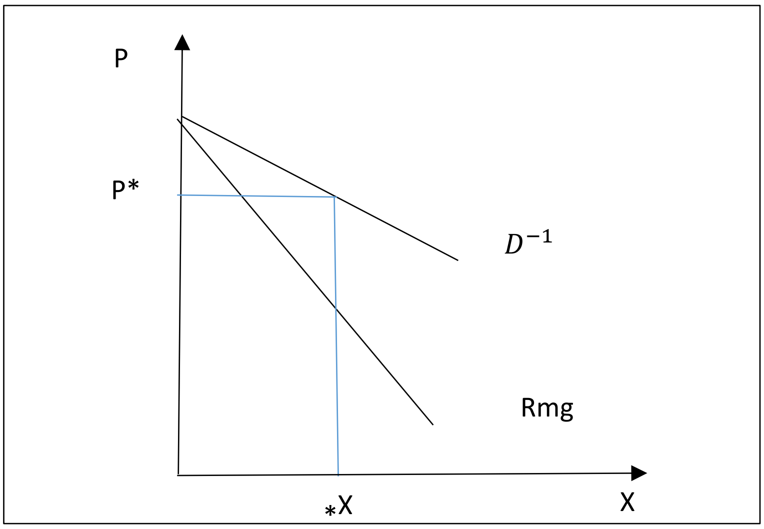
$$Rmg = dR/dx = (dx/dx)\ p + (dp/dx)\ x = p + x(dp/dx) \qquad (*)$$

Puisque $dp / dx < 0$, $Rmg (x) < p (x) = RM (x)$ (le revenu marginal est inférieur au prix).

- **Note :** Le revenu marginal d'une entreprise en concurrence parfaite est de fait défini par (4), étant donné que dans ce cas $dp/dx = 0$. Si l'entreprise en concurrence parfaite augmente son niveau d'output d'une unité, son revenu augmentera du prix de marché du bien. Par contre, le monopoleur doit diminuer son prix pour vendre une unité additionnelle du bien ($dp / dx < 0$).

Les courbes de demande et de revenu marginal peuvent ainsi être visualisées sur le graphe suivant ;

Figure V .7: la courbe de demande et revenu marginal du monopole



La courbe de demande décroît d'une manière monotone et le revenu marginal est inférieur au prix pour tout output positif. le revenu total R pour le couple (p°, x°) est égal à la surface ox°Tp°. Il est, en outre, égal à la surface sous la courbe du revenu marginal que délimite la verticale Sx_0, soit :

- ▶ R= $\int_0^{x0} (a - 2bx)dx$

3. La relation entre la recette marginale du monopoleur et l'élasticité de la demande de son produit.

L'élasticité de la demande e en un point de la courbe de demande est définie comme la valeur absolue du rapport de la variation relative de l'output à la variation relative du prix, soit formellement :

$$e = -(p/x)(dx/dp) \qquad (**)$$

En utilisant (**), (*) peut être réécrite sous la forme :

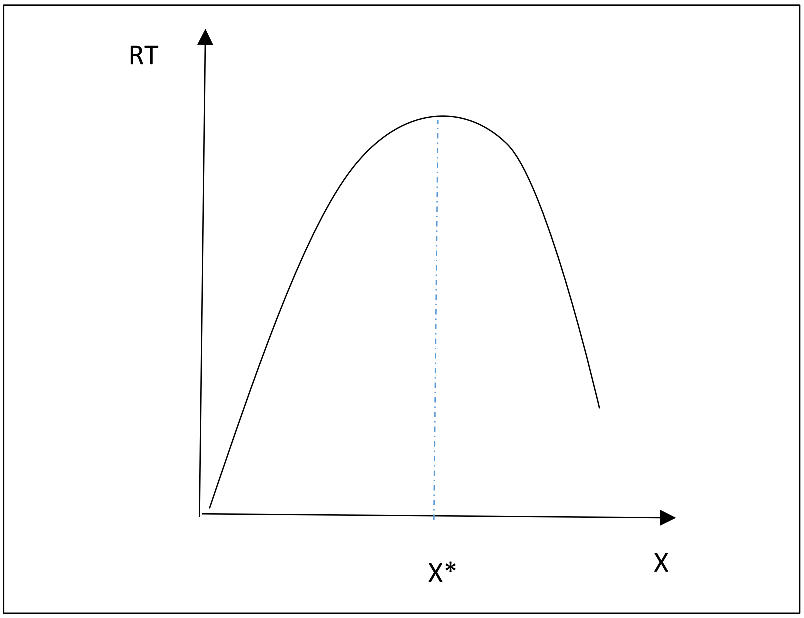
$$Rmg = p + x(dp/dx) = p[1 + (x/p)(dp/dx)]$$

$$Rmg = p[1 - (1/e)]$$

Le revenu marginal est ainsi positif si e > 1, nul si e = 1 et négatif si e < 1. La différence entre le revenu marginal et le prix est donc une fonction décroissante de l'élasticité de la demande (plus cette dernière est importante et plus la différence entre Rmg et p diminue).

Enfin, la courbe de revenu total qui correspond à la fonction de demande linéaire précédente peut être visualisée sur le graphe suivant :

Figure V .8: la courbe de revenu total de monopole



Le revenu marginal (ou la dérivée première de *R*) est décroissant, d'une manière monotone, s'annule au niveau de $x = x°$ et devient négatif après $x°$. Le revenu total croît ($e > 1$ pour $x < x°$), atteint son maximum à $x = x°$ ($e = 1$) et décroît après $x°$ ($e < 1$).

4. La maximisation du profit du monopole

La courbe de demande du marché étant la courbe de demande du monopoleur, le revenu de ce dernier s'exprime sous la forme : R = R(x) = px. Si la fonction de coût du monopoleur prend la forme : C = C(x), alors sa fonction de profit s'écrit :

$\pi = R(x) - C(x)$

La condition de premier ordre pour la maximisation du profit prend la forme :

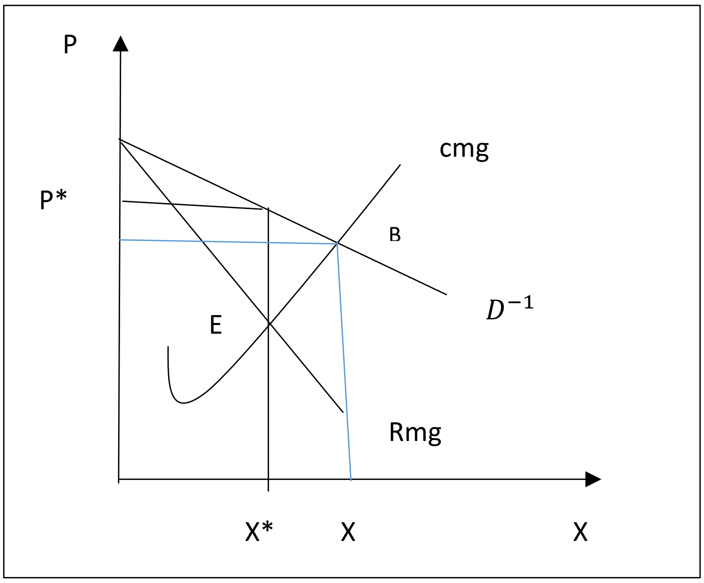
$d\pi/dx = R'(x) - C'(x) = 0$ ou $R'(x) = C'(x)$(ou Rmg = Cmg) Le monopoleur est en équilibre lorsque son revenu marginal est égal à son coût marginal. La condition de second ordre pour la maximisation du profit s'exprime sous la forme :

$d^2\pi/dx^2 = R''(x) - C''(x) < 0$ ou $R''(x) < C''(x)$

(9) exige donc qu'au point d'équilibre, le taux de variation de Rmg soit inférieur au taux de variation de Cmg ou en d'autres termes que la pente de la courbe du coût marginal soit supérieure à la celle de la courbe du revenu marginal. Cette condition est en fait satisfaite dans le cas ordinaire où Rmg est décroissant et Cmg croissant. En outre, le monopoleur produit de telle sorte que Rmg soit toujours positif. Par conséquent, (6) requiert qu'il choisisse toujours un point où l'élasticité de la courbe de demande est supérieure à 1 (e > 1), ceci n'étant pas une exigence pour le marché concurrentiel.

L'équilibre du monopoleur peut être visualisé sur le graphe suivant :

Figure V .9: l'équilibre de monopole



Le point *E* désigne le point d'intersection entre la courbe *Rmg* et la courbe *Cmg*. Le monopoleur qui maximise son profit produit donc la quantité *x** et la vend au prix *p**. Si le monopoleur avait eu un comportement de concurrent parfait, il aurait égalisé le coût marginal au prix et aurait vendu une quantité plus grande (celle qui correspond au point *B*) à un prix inférieur à *p**.

Comparé à la situation de concurrence parfaite, le prix est plus élevé en situation de monopole. Le monopoleur s'approprie donc une partie du surplus des consommateurs. L'indice de Lerner permet de mesurer l'écart entre le prix pratiqué par le monopoleur et le prix en concurrence parfaite qui est égal au coût marginal. Cet écart est censé mesurer le degré d'exploitation du marché par le monopoleur. A l'optimum le revenu marginal est égal au coût marginal, soit :

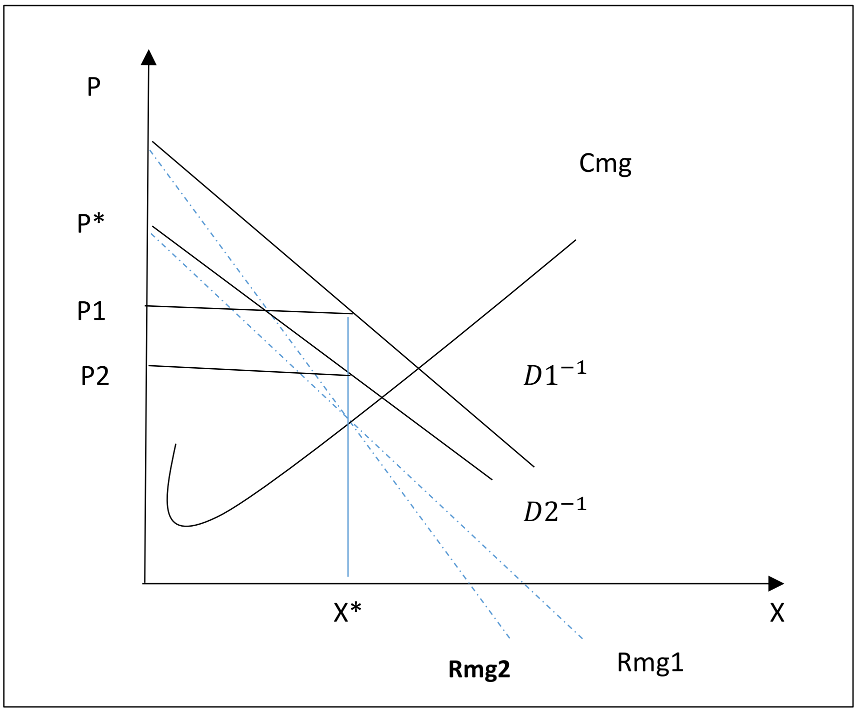
- $p[1-(1/e)] = Cmg$ d'où $\frac{(p-Cmg)}{p} = \frac{1}{e}$

La quantité $(p - Cmg)/p$ désigne l'indice de Lerner. On peut remarquer que plus la demande est inélastique (e est proche de zéro), plus le prix est élevé par rapport à une situation de concurrence parfaite et plus le marché est exploité par le monopoleur. Par contre plus la demande est élastique, plus le monopoleur doit pratiquer un prix proche du prix de la concurrence parfaite.

5. L'offre du monopoleur à court terme :

En situation de concurrence parfaite, la courbe d'offre de l'entreprise est représentée par la partie ascendante (au-dessus du minimum du coût variable moyen) de la courbe de coût marginal. A chaque prix donné par le marché, l'entreprise ajuste son niveau de production de telle sorte à égaliser son coût marginal au prix. Il y a donc un prix d'offre unique pour chaque quantité. En situation de monopole une telle relation biunivoque n'existe pas. En effet une quantité donnée peut être offerte à différents prix en fonction de l'élasticité-prix de la demande. La figure ci-dessus illustre cet argument :

Figure V. 10: l'offre de monopoleur



Etant donné la courbe de coût marginal du monopoleur, on peut remarquer qu'une même quantité $x°$ peut être offerte au prix p_1 si la demande est D_1 et au prix p_2 si la demande est D_2. Il n'y a donc pas une relation unique entre prix et quantité offerte. Par conséquent, le monopoleur n'a pas de courbe d'offre.

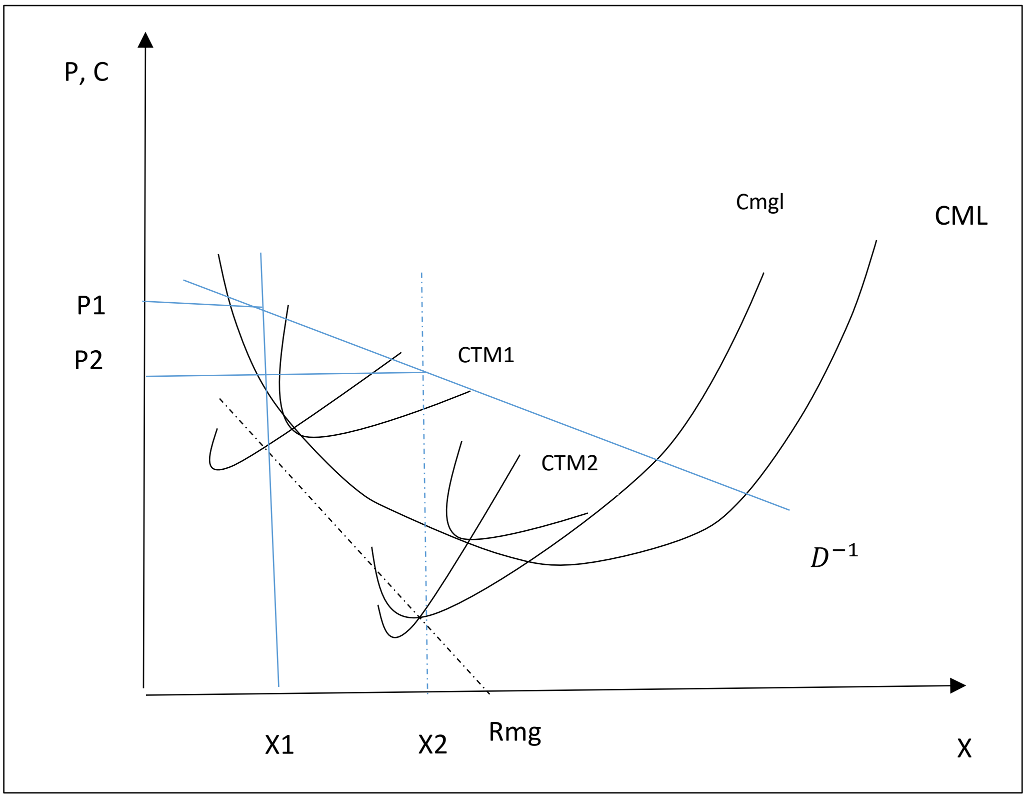
6. L'équilibre de long terme du monopoleur

A long terme le monopoleur a la possibilité de varier la taille de son établissement de manière à maximiser son profit. Etant donné l'absence de concurrence directe le monopoleur n'est pas obligé d'opérer au minimum de son coût moyen de long terme (cas de l'entreprise en concurrence parfaite). Par conséquent, contrairement à l'entreprise en concurrence parfaite, le monopoleur continuera probablement à accaparer un profit pur à long terme. La taille optimale et le degré d'utilisation de l'établissement du monopoleur sont donc indéterminés et dépendent essentiellement de la demande de marché. Deux cas de figure peuvent être mentionnés. Si le monopoleur subit une perte de court terme et n'arrive pas à déterminer une taille qui lui permet au moins de ne pas subir de perte, il se retire du marché.

Par contre si le monopoleur obtient un profit pur avec son établissement de départ, il doit déterminer si un établissement de taille différente pourrait lui permettre d'accaparer un plus grand profit. La variable qui entre en ligne de compte est alors le coût marginal de long terme (Cmg_L). Le maximum de profit est de fait atteint lorsque le coût marginal de long terme est égal au revenu marginal. Par conséquent, la taille optimale de l'établissement est celle dont la courbe de coût moyen de court terme CTM est tangente à la courbe de coût moyen de long terme (CM_L) au point correspondant à l'équilibre de production de long terme (en ce point le coût marginal de court terme est égal au revenu marginal). En résumé le point d'équilibre de long terme du monopoleur vérifie la condition : $Rmg = Cmg_c = Cmg_L$

La figure qui suit illustre les propos précédents :

Figure V .11: L'équilibre de monopole à long terme



En utilisant l'établissement de taille1, le monopoleur est en équilibre de court terme à travers l'égalisation de Cmg_1 et Rmg. Il vend donc la quantité X_1 au prix p_1. Cependant cet équilibre n'est pas un équilibre de long terme puisque Cmg_L est différent de Rmg. Par conséquent, il doit construire un établissement de taille différente pour accaparer un profit maximum. L'établissement de taille 2 répond ainsi aux critères d'équilibre de long terme puisque le point d'équilibre se caractérise par l'égalité de Cmg_2, Cmg_L et Rmg. Cependant, les points d'équilibre ci-dessus mentionnés indiquent une sous-utilisation des équipements (avec la taille 1 par exemple, le monopoleur aurait pu produire une plus grande quantité à un coût moindre (point d'intersection entre Cmg_1 et CTM_1.

- **Note :** Etant donné les conditions de coût, l'output d'équilibre, en situation de monopole, sera en général moins élevé et le prix d'équilibre plus élevé que dans une situation de concurrence parfaite. En effet en compétition parfaite l'entreprise produit au minimum de sa courbe CM_L et n'obtient pas de profit pur. Par contre le monopoleur accapare un profit pur même sur le long terme. En outre, à l'optimum, l'entreprise en concurrence parfaite produit aux coûts minima (de long terme et de court terme). Il y a donc utilisation optimale des ressources. Par contre le monopoleur peut produire en tout point de sa courbe CM_L et ne pas utiliser ses équipements d'une manière optimale (tout point à gauche de A indique une sous-utilisation des équipements et tout point à droite de A indique une surutilisation des équipements). Enfin, en situation de monopole, le consommateur affronte des prix relativement plus élevé et son bien-être s'en trouve diminué.

7. Le monopoleur discriminant (La discrimination de troisième degré) :

En situation parfaitement concurrentielle, le prix est déterminé par l'offre et la demande. Chaque producteur estime la demande de marché, puis gère uniquement sa production pour maximiser son profit. En monopole la connaissance exigée du marché est plus grande car le producteur peut agir le long de la courbe de demande et capturer une partie de surplus des consommateurs. Nous allons étudier un mode particulier de capture du surplus par le monopole : la discrimination par les prix. L'idée est de pratiquer des prix différents a différents consommateurs, pour un même bien.

Le type le plus courant est la discrimination en prix au troisième degré. Le monopole va proposer des tarifs pour des groupes de consommateurs bien identifiés (étudiants, seniors, etc….). le marché est divisé en groupes, chaque groupe ayant sa propre fonction de demande . dans le cas de la discrimination de 3eme degré, le monopole n'a pas suffisamment d'information sur les demandes individuelles pour proposer un tarif binôme[1].

La discrimination par les prix peut survenir lorsque le monopoleur peut vendre sa production dans des marchés distincts caractérisés par des élasticités de demande différentes. Dans ce cas le monopoleur peut fixer des prix appropriés pour chaque marché à condition qu'il n'y ait aucune possibilité de jonction entre les différents marchés. Les marchés de certains services (électricité, gaz ou eau) peuvent favoriser ce genre de pratiques. En outre la séparation entre marché intérieur et marché extérieur permet de fait la discrimination par les prix.

- Si le monopoleur pratique la discrimination par les prix au niveau de deux marchés séparés, sa fonction de profit prend la forme :
- $\pi = RT_1(x_1) + RT_2(x_2) - CT(x_1 + x_2)$

Où x_1 et x_2 désignent les quantités vendues au niveau des marchés 1 et 2, $RT_1(x_1)$ et $RT_2(x_2)$ les fonctions de revenu et $C(x_1 + x_2)$ sa fonction de coût. Les conditions de premier ordre pour la maximisation du profit prennent la forme :

[1] Johanna Etner, Meglena Jeleva**, Microéconomie**, DUNOD, Paris, P2014, P .

- $\delta\pi/\delta x_1 = RT_1'(x_1) - C'(x_1 + x_2) = 0$
- $\delta\pi/\delta x_2 = R_2'(x_2) - C'(x_1 + x_2) = 0$

Ou $Rmg_1 = Rmg_2 = Cmg$

Les conditions de premier ordre requièrent que le revenu marginal dans chacun des marchés soit égal au coût marginal

Note : l'égalité des revenus marginaux n'implique pas nécessairement l'égalité des prix dans les deux marchés. En notant les prix et les élasticités au niveau des deux marchés par p_1, p_2, e_1 et e_2 et en utilisant la relation :$Rmg = P\,[1 - (1/e)]$, on peut écrire :

Rmg1=Rmg2 Þ $P_1[1 - (1/e_1)] = p_2[1 - (1/e_2)]$ où

$(p_1/p_2) = [1 - 1/e_2]/[1 - 1/e_1]$

$P1 > P2$ dès que $e2 > e1$

La dernière expression indique que le prix est moins élevé au niveau du marché dont l'élasticité de la demande est plus élevée.

Exercices

I . Consommateur

Exercice 1: La fonction d'utilité d'un consommateur donné est la suivante :

$$U = f(X, Y) = X^{\frac{1}{2}} Y^{\frac{2}{3}}$$

1- En général trouver les fonctions de demande de X et de Y, et montrer que le consommateur n'est pas victime de l'illusion monétaire
2- Déduire la fonction de consommation- revenu.
3- Si **R =70**, **Px = 3** et **Py = 4** , trouver le point d'équilibre du consommateur et donner une représentation graphique (point d'équilibre et fonction consommation-revenu).
4- Quelle est la variation de l'utilité totale si le revenu augmente d'une unité ?
5- Calculer et expliquer le TMS.
6- Si le prix de X augmente d'une unité, quel sera le niveau de revenu pour que le consommateur continue à ressentir le même niveau d'utilité ?

Exercice 2: Meriem consacre entièrement son budget à l'achat des biens X et Y**.**

1. Initialement, alors que les prix des deux biens sont respectivement **PX = 30UM** et **Py = 10UM**, Meriem choisit de consommer 5 unités du bien X et 9 unités du bien Y de façon à maximiser son utilité totale (sa satisfaction) tout en respectant son budget. **Quel est le taux marginal de substitution actuel de Meriem ? expliquer.**
2. Quelle est la contrainte budgétaire de Meriem dans la situation initiale décrite en (1)? représenter cette situation graphiquement
3. Quelques semaines plus tard, malgré que les prix des 2 biens n'aient pas changé, Meriem reçoit une augmentation de salaire qui hausse son budget **de 30UM**. Avec son nouveau budget qu'elle dépense toujours entièrement, elle choisit de consommer **7 unités du bien X et 6 unités** du bien Y. Toutefois, à cette nouvelle combinaison, elle serait prête à échanger **2 unités du bien Y contre 1 unité du bien X**, tout en laissant son utilité totale inchangée. Sa nouvelle consommation (**X = 7 et Y = 6) représente-t-elle une combinaison optimale ? Sinon, dans quel sens devrait-elle modifier sa consommation pour augmenter sa satisfaction ? Expliquez votre raisonnement et illustrez graphiquement la nouvelle situation de Meriem.**
4. Farid, un ami de Meriem, consomme les mêmes biens X et Y. Pour ce faire, il fait face à la même contrainte budgétaire que Meriem (avant son augmentation de salaire), telle que décrite en 1). Ses préférences sont données par la fonction d'utilité suivante :

$$\mathbf{U} = X^3 \mathbf{Y}.$$

Trouvez les quantités optimales des biens X et Y consommées par Farid

Exercices 3:

Soit un consommateur dont la relation de préférence peut être représentée par la fonction suivante : **U(X , Y) =** $\boldsymbol{X^{\frac{2}{3}} Y^{\frac{1}{3}}}$

1- Définir et calculer le taux marginal de substitution en un panier (X, Y) quelconque.
2- En considérant le revenu R et les prix Px et Py, Calculer les coordonnées des points qui maximisent la satisfaction de consommateur.
3- Les courbes d'indifférences sont-elles convexes ? (Justifiez votre réponse).

Exercice 4:

Un consommateur alloue 100 unités monétaires pour l'achat de deux biens, X et Y. Sachant que le consommateur a acheté **15** unités du bien X au prix de **4** unités monétaires par unité et a également acheté **8** unités du bien Y, les questions suivantes se posent :

1- Quel est le prix unitaire du bien Y ?
2- Si l'utilité marginale du bien X est de 40, quelle est la valeur de l'utilité marginale du bien Y lorsque le consommateur est en équilibre ?
3- En supposant que les utilités marginales des biens X et Y soient respectivement de **44** et **50**, et avec le revenu et les prix restant constants, le consommateur est-il en équilibre ? Sinon, que devrait faire le consommateur pour atteindre l'équilibre ?

Exercice 5 : Soit la fonction d'un consommateur définie comme :

$\boldsymbol{U = Ln(X) + 2Ln(Y)}$

Et Px, Py, R sont respectivement, les prix des deux biens X, Yet le revenu

$$\boldsymbol{Px = Py = 20 \ et \ R = 1000}$$

1- Déterminer la quantité d'équilibre des produits X et Y,
2- Qu'arrive-t-il aux quantités demandées des produis X, Y si le revenu augmente à 1300 ?
3- Quel est le type des deux biens ? commenter

Exercice 6 : Quelle est la signification économique de la décroissance des courbes d'indifférence ?

Exercice 7: La fonction d'utilité d'un consommateur prend la forme : $U = 2X^{1/2}Y^{1/2}$

a- Déterminer les fonctions de demande de X et de Y
b- Prouver que le consommateur n'est pas sujet à l'illusion monétaire

Exercice 8: Un consommateur dépense tout son revenu R dans l'achat de deux biens X et Y. il dépense $\frac{1}{4}$ de son revenu dans l'achat de X, ce dernier se caractérisant par une élasticité-revenu égale à 5. **Montrer que le bien Y est un bien inferieur**

Exercice 9 : Soit le programme ci-après :

Max U = $(XY)^{a}$

S/C R = X Px + Y Py avec (X, Y) ≥ 0.

1. Résolver le programme en dérivant les fonctions de demande des deux biens.
2. Quel sera le panier optimal de consommation si **R = 40**, **Px = 2**, **Py = 4** et **a = 0.5** ?
3. Déterminer à la fois l'effet-total, l'effet-revenu et l'effet de substitution, selon Hicks et Slutsky , si le prix du bien X passe de 2 à 4.

Solutions : consommateur

Exercice 1 :

1- L(x, y, λ) $= X^{\frac{1}{2}} Y^{\frac{2}{3}} + \lambda\,(R_0 - Xpx - YPy)$

Les conditions de premier ordre pour la maximisation de L prennent la forme :

$$L_x = \frac{\delta L}{\delta x} = 0 = \frac{1}{2} X^{-\frac{1}{2}} Y^{\frac{2}{3}} - \lambda P_x = 0 \ldots\ldots\ldots..(1)$$

$$L_Y = \frac{\delta L}{\delta Y} = 0 = \frac{2}{3} X^{\frac{1}{2}} Y^{\frac{-1}{3}} - \lambda P_y = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$L_\lambda = \frac{\delta L}{\delta \lambda}$= 0 = R –x $P_x - y\,p_y$=0 ……………(3)

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{L_x}{L_Y} \longrightarrow \frac{3}{4}\frac{Y}{X} = \frac{P_x}{P_y} \longrightarrow Y = \frac{4}{3}\frac{Px}{Py}X$$

R –x $P_x - \frac{4}{3}\frac{Px}{Py}X\,p_y = 0$ $\quad X_d = \frac{3}{7}\frac{R0}{Px}, Y_d = \frac{4}{7}\frac{R0}{PY}$

$$X_d = f(R, Px) = \frac{3}{7}\frac{R0}{Px}\ ,\quad \boldsymbol{f(tR, tPx) = \frac{3}{7}\frac{tR0}{tPx} = t^0\, X_d}$$

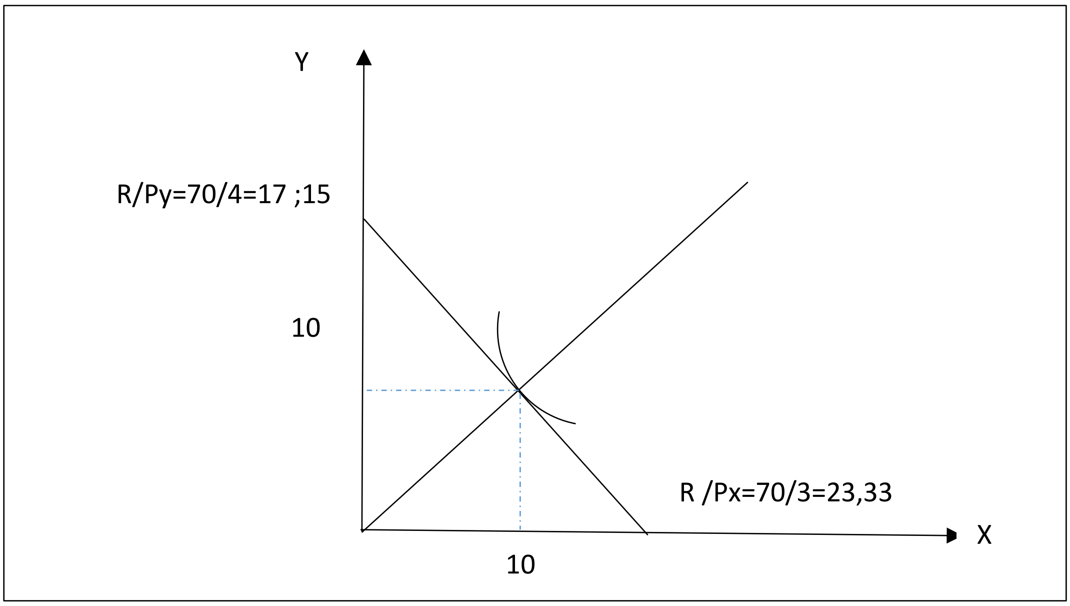
Fonction homogène de degré 0 alors le consommateur n'est pas victime de l'illusion monétaire

2- La fonction consommation –revenu

$$\boldsymbol{Y = \frac{4}{3}\frac{Px}{Py}X}$$

3- Le point d'équilibre et la représentation graphique

$$X_d = \frac{3}{7}\frac{R0}{Px} = \frac{3}{7}\frac{70}{3} = 10, Y_d = \frac{4}{7}\frac{R0}{PY} = \frac{4}{7}\frac{70}{4} = 10,\ U = 10^{\frac{1}{2}}\,10^{\frac{2}{3}} = 14.6$$



4- Le multiplicateur de la grange

$$\boldsymbol{\frac{1}{2} X^{-\frac{1}{2}} Y^{\frac{2}{3}} - 3\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\frac{1}{2}10^{-\frac{1}{2}}10^{\frac{2}{3}}}{3} \rightarrow \lambda = 0.24}$$

5- le TMS

$TMS = \frac{UMX}{UMY} = \frac{3Y}{4X} = \frac{3}{4} = 0.75$: Le consommateur est prêt à remplacer 0.75 unité de Y par une unité de X tout en gardant le même niveau d'utilité.

6- $\mathbf{L(x, y, \lambda) = 4X + 4Y + \lambda \left(14.67 - X^{\frac{1}{2}} Y^{\frac{2}{3}}\right)}$

Les conditions de premier ordre pour la minimisation de L prennent la forme :

$$L_x = \frac{\delta L}{\delta x} = 0 = 4 - \lambda \frac{1}{2} X^{-\frac{1}{2}} Y^{\frac{2}{3}} \ldots\ldots\ldots..(1)$$

$$L_Y = \frac{\delta L}{\delta Y} = 0 = 4 - \lambda \frac{2}{3} X^{\frac{1}{2}} Y^{\frac{-1}{3}} \ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$$

$$L_\lambda = \frac{\delta L}{\delta \lambda} = 0 = 14.67 - X^{\frac{1}{2}} Y^{\frac{2}{3}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{L_x}{L_Y} \rightarrow \frac{3}{4}\frac{Y}{X} = 1 \rightarrow Y = \frac{4}{3}X$$

$$14.67 - X^{\frac{1}{2}} (\frac{4}{3})^{\frac{2}{3}} X^{\frac{2}{3}} = 0 \rightarrow X = 8.48, Y = 11.30$$

R= $x\,4 + y\,4$ = 8.48*4+11.30*4=79.12

Exercice 2:

1- Le TMS a l'optimum :

$TMS = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{30}{10} = 3$

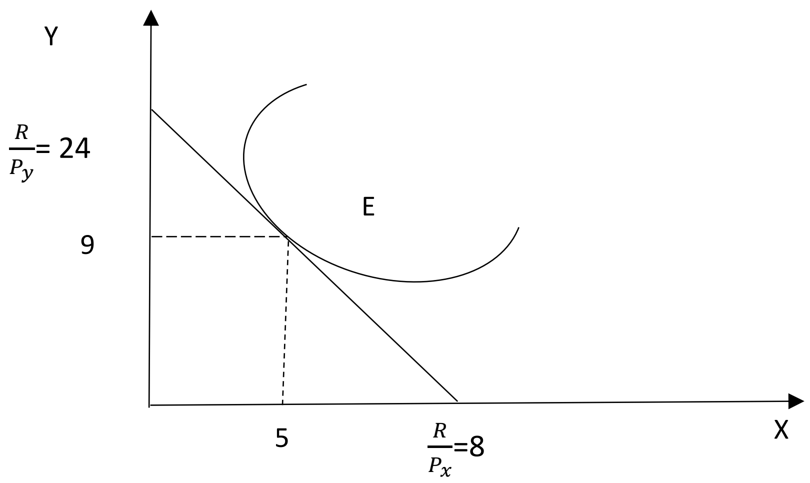
Au point d'équilibre, Meriem est prête à remplacer 3 unité de Y par une unité de X, tout en gardant le même niveau d'utilité.

2- La contrainte budgétaire de Meriem dans la situation initiale décrite en A :

$R = XPx + YPy$ → R = 5 (30) + 9 (10) = 240

240 = 30X + 10Y D'où **Y = 24 – 3X**

Présentation graphique :



3- Explication de raisonnement et illustration graphique de la nouvelle situation de Meriem.

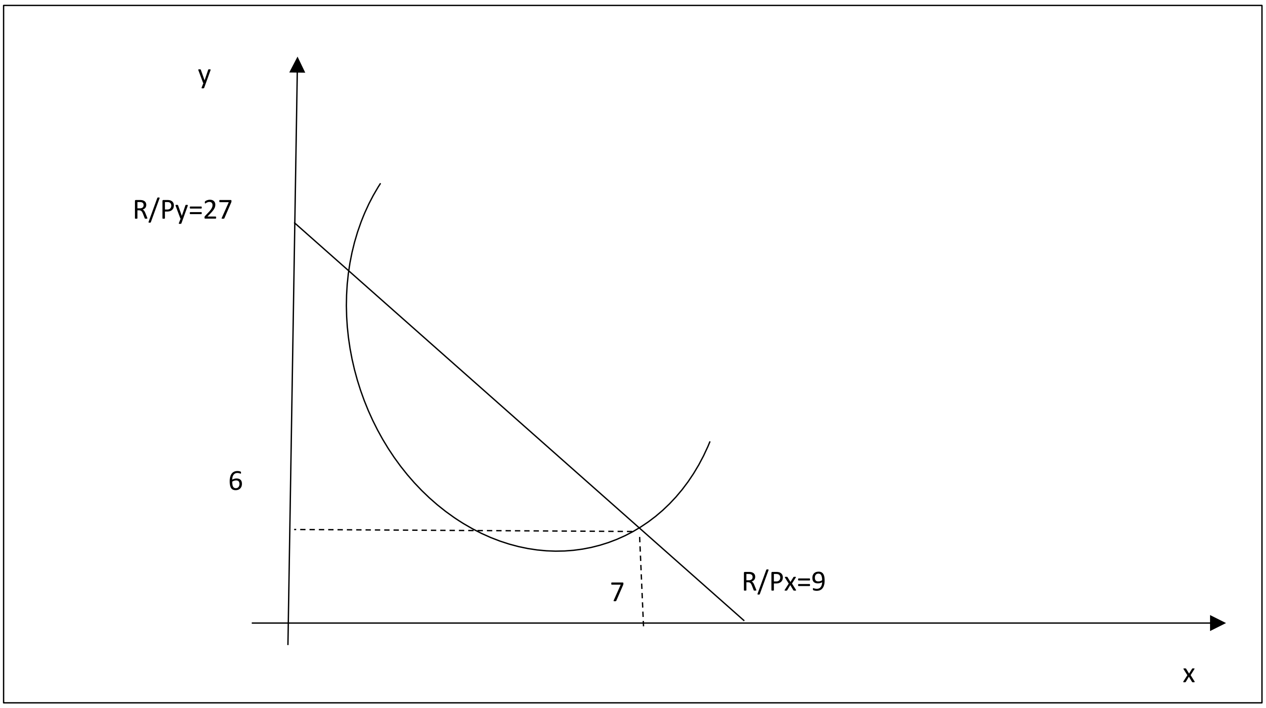
$X = 7, Y = 6$

Meriem est prêt à échanger 2y contre 1X → $TMS = 2$

$R_2 = 240 + 30 = 270$

$TMS = 2 < \frac{Px}{Py} = 3.$

Le TMS est trop petit pour l'augmenter il faut augmenter Y et diminuer X.



4- Les quantités optimales des biens X et Y consommées par Farid :

À l'équilibre $TMS = \frac{UMX}{UMY} = \frac{Px}{Py} \rightarrow \frac{3Y}{X} = 3 \rightarrow X = Y$

$$240 = 30X + 10Y \rightarrow 240 = 40X \rightarrow X = 6;\ Y = 6$$

<u>Exercice 3 :</u>

1. TMS = $\frac{Umx}{Umy} = \frac{2y}{X}$

Le taux marginal de substitution (TMS) du bien X au bien Y est défini comme la quantité du bien Y que le consommateur est prêt à céder contre une unité supplémentaire du bien X de telle sorte que la procédure n'affecte pas son niveau d'utilité ou de satisfaction.

A l'équilibre : $TMS == \frac{Umx}{Umy} == \frac{Px}{Py} = \frac{2y}{X}$ => xpx= 2ypy

R= XPx+YPy → R=2ypy+YPy => y= R/3Py => X= 2R/ 3Py -

2. Une courbe d'indifférence est convexe lorsque le TMS est décroissant: $\frac{\mathrm{dTMS}}{\mathrm{dx}} < 0$

TMS = $\frac{Umx}{Umy} = \frac{2y}{X}$

On calcule: $\frac{dTms}{dx}$

$dTms = \frac{\partial TMS}{\partial x}\ dx + \frac{\partial TMS}{\partial y}\ dy$

$\frac{dTms}{dx} = \frac{\partial TMS}{\partial x} + \frac{\partial TMS}{\partial y}\frac{dy}{dx}$

$\frac{dy}{dx} = -Tms = \frac{-2y}{X}$

$\rightarrow \frac{dTms}{dx} = \left(\frac{-2y}{X^2}\right) + \left(\frac{2}{X}\right)\left(\frac{-2y}{X}\right) = \frac{-6y}{X^2}$ $\rightarrow$ Les courbes d'indifférences sont convexes

<u>Exercice 4:</u>

1. Calcul du prix de la marchandise Y : En utilisant la condition de dépense totale du revenu, nous obtenons : R= Xpx +Ypy ⇒100=4(15)+8Py ⇒ ***Py*=5**

2. Estimation de l'utilité marginale de la marchandise Y : Si l'utilité marginale de la marchandise X est estimée à 40 unités d'utilité, avec les prix des deux biens constants, nous avons : Umx/Px= Umy/Py ⇒ 40/4= Umy/ 5⇒ *UMy* =50

3. Vérification de l'équilibre du consommateur : Nous savons que l'équilibre du consommateur est atteint lorsque le rapport de l'utilité marginale de chaque bien à son prix est égal, en tant que condition nécessaire. Avec des utilités marginales estimées à (umx) 44 et (umy) 50, respectivement, et en maintenant le revenu et les prix constants :

TMS= Umx/Umy= 44/50 par contre le rapport des prix Px/py = 4/5

Le consommateur n'est pas en équilibre car TMS≠ px/Py. Pour atteindre l'équilibre, le consommateur doit ajuster sa consommation en réduisant la consommation de la marchandise Y (avec une Umy plus élevée) et/ou en augmentant la consommation de la marchandise X (avec une umx plus faible) jusqu'à ce que soit égal à Px/py.

<u>Exercice 5:</u>

1. la quantité d'équilibre des produits X et Y

A l'équilibre $TMS = \frac{Umx}{Umy} = \frac{Px}{Py} \rightarrow \frac{\frac{1}{x}}{\frac{2}{y}} = \frac{Px}{Py} \rightarrow 2XPx = yPy \rightarrow R = 3xPx$

$$X = \frac{R}{3Px} \quad ,Y = \frac{2R}{3Py}$$

$$X = 16.66 \quad ,Y = 33{,}33$$

2-Impact d'une augmentation du revenu à R= 1300

$$X = 21.66, Y = 43.33$$

3. Type des biens et commentaire

$$\boldsymbol{E_{Rx} = \frac{\partial X}{\partial R}\frac{R}{X} = 1 \rightarrow 0 \leq E_{Rx} \leq 1 \rightarrow X\ bien\ normal\ necessaire}$$

$$\boldsymbol{E_{Ry} = \frac{\partial Y}{\partial R}\frac{R}{Y} = 1 \rightarrow 0 \leq E_{Rx} \leq 1 \rightarrow Ybien\ normal\ necessaire}$$

Commentaire :

Les quantités demandées augmentent avec le revenu, ce qui signifie que X et Y sont **des biens normaux**. Le type (nécessaire) reflète le fait que la consommation croît moins proportionnel que l'augmentation de revenu.

$$Ery = -\frac{1}{3}\ d\ 'ouY\ est\ un\ bien\ infereur$$

Exercice 6 :

La décroissance des courbes d'indifférence est la conséquence de l'hypothèse de non-saturation des besoins (ou non-satiété) : le consommateur préfère toujours consommer davantage de chacun des biens. Ainsi, si deux paniers A = (q1 , q2) et A'= (q'1 , q'2), avec q'1 > q1, se trouvent sur la même courbe d'indifférence, alors on a nécessairement q'2 < q2.

Exercice 7 :

a- Les fonctions de demande de X et de Y sont tirées des conditions de premier ordre pour la maximisation de l'utilité, soit :

$$\boldsymbol{L = 2X^{1/2}Y^{1/2} + \lambda(R - XPx - YPY)}$$

Et $\boldsymbol{Lx = Ly = L\lambda = 0}$ **engendre** $\boldsymbol{X = \frac{R}{2Px}}$ **et** $\boldsymbol{Y = \frac{R}{2Py}}$

b- Si le revenu R et les prix varient dans les mêmes proportions alors la demande de X et de Y demeurent inchangées, en effet : $\boldsymbol{\frac{tR}{2tPx} = \frac{R}{2Px} = X}$

Exercice 8 :

La contrainte budgétaire prend la forme : $\boldsymbol{R = XPx + YPY}$ et la différentielle totale de cette équation s'écrit **:** $\boldsymbol{dR = Px\,dx + Py\,dy}$ **ou** $\boldsymbol{1 = Px\,\frac{dx}{dR} + Py\,\frac{dy}{dR}}$

On notant que : $\boldsymbol{XPx = \frac{1}{4}}$**R et** $\boldsymbol{YPy = \frac{3}{4}}$**R on peut écrire :** $\boldsymbol{1 = \frac{1}{4}\frac{R}{X}\frac{dx}{dR} + \frac{3}{4}\frac{R}{Y}\frac{dy}{dR}}$

On notant que $Er = 5 = \frac{\partial X}{\partial R}\frac{R}{X}$ cette dernière expression prend la forme :

$$\frac{5}{4} + \frac{3}{4}e_{ry} = 1\ \ d'ou\ e_{ry} = -o,33\ alors\ Y\ est\ un\ bien\ inferieur$$

Exercice 9 :

1- $L = X^aY^a + \lambda(R - X\,Px - Y\,Py)$

$L_x = aX^{a-1}Y^a - \lambda Px = 0$…….(1)

$L_y = aY^{a-1}X^a - \lambda Px = 0$……..(2)

$L_\lambda = R - XPx - YPy = 0$………(3)

En divisant $\frac{(1)}{(2)} \longrightarrow \frac{Y}{X} = \frac{Px}{Py} \rightarrow X\,Px = YPy$

$R = 2X\,Px \ \rightarrow \boldsymbol{X = \frac{R}{2PX}} \ \ \boldsymbol{Y = \frac{R}{2Py}}$

2- R = 40, Px = 2, Py = 4 et a = 0.5

→ $\boldsymbol{X = 10}$, $\boldsymbol{Y = 5}$, $\boldsymbol{U = 7.07}$

3- R = 40, Px = 4, Py = 4 → $\boldsymbol{X3 = 5}$, $\boldsymbol{Y = 5}$

- **Selon Hickes (niveau d'utilité constante)**

$(XY)^{0.5} = 7{,}07$

$\frac{X}{Y} = \frac{Px}{Py} = 1 \rightarrow X = Y$

$(X.X)^{0.5} = 7.07$

$X2 = 7.07$

$ET = X3 - X2 = 5 - 10 = -5$

$ES = X2 - X1 = 7.07 - 10 = -2.93$

$ER = X3 - X2 = 5 - 7.07 = -2.07$

- **Selon Slutsky (pouvoir d'achat constant)**

$\Delta R = \Delta Px\, X$ → R'= R + 2(10) = 60

Alors $X2 = \frac{\mathbf{60}}{\mathbf{2.4}} = \mathbf{7,5}$

$ET = X3 - X2 = 5 - 10 = -5$

$ES = X2 - X1 = 7{,}5 - 10 = -2.5$

$ER = X3 - X2 = 5 - 7{,}5 = -2.5$

II. Producteur et les couts de production

Exercice 1 : La fonction de production d'une firme est donnée par :

$\boldsymbol{X = f(K,L) = (KL)^{\frac{1}{4}}}$, avec $\boldsymbol{w = 10}\ et\ \boldsymbol{r = 5}$.

1. Quelle est la nature des rendements d'échelle ?
2. Donner l'expression de l'isocline et commenter son allure.
3. Ecrivez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de longue période

Si K est fixé au niveau de 16, écrivez les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de courte période.

Exercice 2 : La fonction de production d'une entreprise est représentée par une fonction de production de type Cobb-douglas qui suit :

$$\boldsymbol{Q(L,K) = 10K^{\alpha}L^{\frac{3}{4}}}$$

Ou Q, L et K représente respectivement le volume de production de la firme et les quantités de travail et du capital qu'elle utilise, $P_L = 4$ et $P_K = 8$ represente respectivement le prix d'une unité de travail et du capital. Le cout total est : C= 144.

1. Montrer que α représente l'élasticité de production par rapport au capital ;
2. Déterminer α sachant que cette fonction a des rendements d'échelle constant ;
3. Calculer le taux marginal de substitution technique (TMST) à l'équilibre ;
4. Trouver l'équation du sentier d'expansion ;
5. Trouver la solution optimale (L^*, K^*, Q^*) ;
6. Quel sera le coût total nécessaire pour doubler la production de cette entreprise ?

<u>Exercice 3:</u> On considère une entreprise qui produit un bien en quantité X et dont la fonction de production s'écrit : $\boldsymbol{X = f(K, L) = 2KL}$

1. Quelle est la valeur de l'élasticité de substitution entre les deux facteurs ? expliquer sa signification.

2. On appelle r le prix d'une unité de capital et w le prix d'une unité de travail. Déterminer la fonction de cout de court terme. (Application numérique $K = 2, r = w = 1$).
3. Déterminer la fonction de coût de long terme de l'entreprise.
4. Quelle est la nature des rendements d'échelle ?

<u>Exercice 4:</u> La fonction de production d'une entreprise est estimée par :

$$\boldsymbol{Q = f(K\,;\,L) = 50L^{\alpha}\,K^{0,4}}$$

Où *Q*, *K* et *L* représentent respectivement le volume de la production et les quantités utilisées des facteurs.

Si la fonction de production exhibe des rendements d'échelle constants, montrer, qu'à court terme, l'entreprise opère toujours dans la *zone* II (celle où la productivité marginale du facteur variable *L* est positive et décroissante).

<u>Exercice 5:</u> Répondez par Vrai ou par faux et argumentez votre réponse

Afin d'être en équilibre, l'entreprise doit remplacer des machines (K) par des ouvriers (L), Si l'inégalité suivante était effective **:** $\frac{\textbf{PPMGl}}{\textbf{w}} < \frac{\textbf{PPMGK}}{\textbf{r}}$, où PPMG désigne la productivité marginale, w et r désignent respectivement les prix fixes de L et de K.

<u>Exercice 6 :</u> La fonction de production d'une entreprise est donnée par :

$$\boldsymbol{Q = K^{0,6}\,L^{0,7}}$$

où Q est la quantité de biens produits par jour, K est le nombre de machines et L est le nombre de travailleurs.

1- Trouver la productivité marginale ($PPmg_L$) du travail et la productivité marginale ($PPmg_K$) du capital.
2- Expliquer la notion de « loi de la productivité marginale décroissante » et montrer que, pour une quantité fixe de capital K, la "loi de la productivité marginale décroissante" du facteur L est, dans ce cas particulier, toujours vérifiée.
3- Comment se comportera la productivité moyenne (PPM_L) du travail ? Justifier et représenter graphiquement.

Exercice 7 : Un entrepreneur fait appel à un expert en statistique reconnu mondialement, pour estimer sa fonction de production. L'expert utilise un logiciel hypersophistiqué et estime la dite fonction par :

$$\boldsymbol{X = f(K, L) = (L - 1)^{1/4} K^{1/4} \quad (L \geq 1)}$$

où L et K désignent les quantités utilisées des facteurs pour produire X.

1. Déterminer l'équation de l'isoquant si $X = 1$.
2. Quel est le coût minimal requis à la production de $X = 1$ si :

   a- $w = 1$ et $r = 1$

   b- $w = 3$ et $r = 2$

où w et r représentent respectivement les prix de L et de K.

3. Comparer les résultats obtenus en a et b et commenter.

Exercice 8 : Supposons qu'une entreprise en concurrence pure et parfaite se caractérise par une fonction de ***coût total moyen*** de la forme :

CTM = *q* + 10 + 100/*q* (où ***q*** désigne la quantité produite)

1- Construire la fonction du coût marginal (Cmg).
2- Construire la fonction du coût variable moyen (CVM) ?
3- Représenter les courbes Cmg, CTM et CVM sur un graphe.
4- La courbe CVM vérifie-t-elle la « loi de la productivité marginale décroissante ? Expliquer.

Solutions (Producteur et les couts de production)

Exercice 1 :

1. En calculant $f(\lambda K, \lambda L)$, on obtient : $f(\lambda K, \lambda L) = \lambda^{\frac{1}{2}} (KL)^{\frac{1}{4}} = \lambda^{\frac{1}{2}} f(K, L)$

Et comme le degré d'homogénéité est inférieur à l'unité, les rendements d'échelle sont donc décroissants.

2. Connaissant la condition d'équilibre du producteur : $\frac{ppmgl}{ppmgk} = \frac{w}{l}$, l'expression de l'isocline est donnée par la relation : $K = 2l$. Le sentier d'expansion est donc une fonction linéaire (droite)
3. En substituant, respectivement l'isocline dans la fonction de coût et dans la fonction de production, on obtient :$\boldsymbol{CT = 20l}$et $\boldsymbol{L = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} x^2}$Et en résolvant ces deux équations, on détermine ainsi, dans le long terme : la fonction de coût total $\boldsymbol{CTl = \frac{20}{2^{\frac{1}{2}}} x^2.}$; la fonction de coût moyen $\boldsymbol{Cml} = \frac{\boldsymbol{ctl}}{\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{20}}{\boldsymbol{2^{\frac{1}{2}}}} \boldsymbol{x}$et la fonction de coût marginal $\boldsymbol{cmgl} = \frac{\boldsymbol{dctl}}{\boldsymbol{dx}} = \frac{\boldsymbol{40}}{\boldsymbol{2^{\frac{1}{2}}}} \boldsymbol{x}$
4. Si $K = 16$, les fonctions de coût et de production deviennent respectivement ,

   $C = 10L + 80$, $L = \frac{X^4}{16}$; et par conséquent, les fonctions de coût total, coût moyen et coût marginal de courte période seront respectivement :

   $CTC = \frac{10}{16}x^4 + 80$, $CTM = \frac{10}{16}x^3 + \frac{80}{X}$ et $cmg = \frac{10}{4}x^3$

Exercice 2 :

1- Montrer que α représente l'élasticité de production par rapport au capital

$$E_K = \frac{\partial X}{\partial K}\frac{K}{X} = \alpha \frac{10K^{\alpha-1}L^{3/4}K}{10K^{\alpha}L^{3/4}} = \alpha$$

2- Déterminer α sachant que cette fonction a des rendements d'échelle constant

$$\alpha + \frac{3}{4} = 1 \rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$$

3- Calculer le taux marginal de substitution technique à l'équilibre

$$TMST = \frac{Px}{Py} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

4- Trouver l'équation du sentier d'expansion

Soit $\frac{ppmgl}{ppmgk} = \frac{Pl}{Pk} \rightarrow \frac{\frac{3}{4}10L^{\frac{3}{4}-1}K^{\frac{1}{4}}}{10\frac{1}{4}K^{\frac{1}{4}-1}L^{\frac{3}{4}}} = \frac{3K}{L} = \frac{1}{2} \rightarrow K = \frac{L}{6}$Trouver la solution optimale

A partir de la question précédente on a $K = \frac{L}{6} \rightarrow L = 6K$

$\rightarrow 144 = 4 * 6K + 8K$ →K=4.5 , L=27, Q=172.51

5- Quel sera le niveau de budget nécessaire pour doubler la production de cette entreprise

Méthode 1 : rendement d'échelle constant → $f(tK, tL) = t^1Q$

Doubler la production → $les\ facteurs\ de\ production\ doivent\ etre\ doublés$

$CT2 = 4(2L) + 8(2K) = 2(4L + 8K) = 2Ct = 2 * 144 = 288$

Méthode 2 : doubler la production → $X2$ =345.02

Donc on doit minimiser le cout sous la contrainte $X2$ =345.02

A partir de la question précédente on a $K = \frac{L}{6} \rightarrow L = 6K$

$345.02 = 10\mathrm{K}^{\frac{1}{4}}\mathrm{L}^{\frac{3}{4}} \rightarrow 345.02 = 10\mathrm{K}^{\frac{1}{4}}6^{\frac{3}{4}}\mathrm{K}^{\frac{3}{4}} \rightarrow \mathrm{K} = 8.99\mathrm{L} = 53.94 \rightarrow \boldsymbol{Ct = 287.68}$

<u>Exercice 3:</u>

1. **Élasticité de substitution**

$$TMST = \frac{\boldsymbol{fl}}{\boldsymbol{fk}} = \frac{\boldsymbol{2K}}{\boldsymbol{2L}} = \frac{K}{L} \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{d\frac{K}{L}}{dTMST} \frac{TMST}{\frac{K}{L}} = 1 \frac{\frac{K}{L}}{\frac{K}{L}} = 1$$

Cela signifie que les facteurs de production peuvent être substitués l'un à l'autre à un taux constant : si le rapport des prix des facteurs $\frac{w}{r}$ augmente de 1%, alors le rapport des quantités de facteurs $\frac{K}{L}$ va augmenter de 1%

2. **La fonction de cout de court terme**

$$\mathrm{ct} = \mathrm{wl} + \mathrm{rk}_0, \quad \mathrm{X} = 2\mathrm{K}_0\mathrm{L} \rightarrow \mathrm{L} = \frac{\mathrm{X}}{2\mathrm{K}_0} \rightarrow \mathrm{ct}_\mathrm{c} = \mathrm{w}\frac{\mathrm{X}}{2\mathrm{K}_0} + \mathrm{rk}_0$$

application numirique $\boldsymbol{ct_c = \frac{X}{4} + 2}$

3. **Fonction de coût de long terme**

$$ct = wl + rk$$

Le sentier d'expansion : $\frac{fl}{fk} = \frac{w}{r} = \frac{2K}{2L} \ldots \rightarrow K = \frac{w}{r}L$

$$X = 2KL \rightarrow L = \frac{X}{2K} \rightarrow L = \frac{X}{2\frac{w}{r}L} \rightarrow L = (\frac{1}{2}X\frac{r}{w})^{\frac{1}{2}}$$

$$CT_L = wl + r\frac{w}{r}L = 2wL = 2w(\frac{1}{2}X\frac{r}{w})^{\frac{1}{2}} = (2wrX)^{\frac{1}{2}}$$

Application numérique : $CT_L = (2X)^{\frac{1}{2}}$

4. Rendements d'échelle

$$f(tK, tL) = \boldsymbol{2tKtL = t^2 2KL = t^2} f(k, l)$$

Fonction homogène de degré 2 ; alors la fonction présente des **rendements d'échelle croissants**. En augmentant les quantités de capital et de travail par un facteur t, la production augmente par un facteur $\boldsymbol{t^2}$

<u>Exercice 4</u> :

La fonction de production est du type Cobb-Douglas. Puisqu'elle exhibe des rendements d'échelle constants, l'exposant du facteur L doit être égal à : $\boldsymbol{\alpha = 1 - 0{,}4 = 0{,}6}$.

Productivité marginale de L : $\delta Q/\delta L = 50(0{,}6)L^{0{,}6-1} K^{0{,}4} > 0$.

La productivité marginale du facteur variable *L* est positive.

Variation de la productivité marginale du facteur L : $\delta^2 Q/\delta L^2 = 50(0{,}6)(0{,}6 - 1)L^{-0{,}4-1} K^{0{,}4} < 0$

La productivité marginale du facteur *L* est donc décroissante. Par conséquent, l'entreprise opère toujours dans la zone II.

<u>Exercice 5 :</u>

Faux : ppmgl/w désigne la productivité du dernier dinar dépensé sur L ou ce que rapporte le dernier dinar dépensé sur ce facteur et ppmgk désigne la productivité du dernier dinar dépensé sur k. Si : $\frac{\mathbf{PPMGl}}{\mathbf{w}} < \frac{\mathbf{PPMGK}}{\mathbf{r}}$ alors l'entreprise doit licencier des ouvriers (ppmgl va ainsi augmenter a cause de la loi de la productivité marginale décroissante) pour égaliser, a terme, les deux rapports, l'égalisation étant la condition d'équilibre.

<u>Exercice 6</u>

1. $\boldsymbol{PPmg_L = dQ / dL = 0.7K^{0,6} L^{-0,3}}$

$\boldsymbol{PPmg_K = dQ / dK = 0.6K^{-0,4} L^{0,7}}$

2. **"*Loi de la productivité marginale décroissante*"**

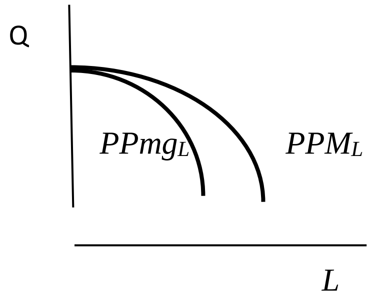
A court terme, si on combine un facteur de production variable (L) à un facteur de production fixe (K), il existe un point (point d'inflexion sur la courbe représentant la fonction $Q = g(L)$) au-delà duquel la production totale continue à croître mais à un rythme sans cesse décroissant (la productivité marginale diminue).

La fonction $Q = K^{0,6} L^{0,7}$ respecte la loi de la productivité marginale décroissante si cette dernière décroît à partir d'un certain niveau, c'est à dire si la pente de $PPmg_L$ est négative.

$dPPmg_L / dL = (-0.3)\,(0{,}7)\,K^{0.6} L^{-1.3} = -0{,}21\,K^{0.6} L^{-1.3} < 0,$

D'où, dans ce cas particulier, une productivité marginale décroissante quel que soit le nombre d'unités utilisées du facteur L (c'est à dire, dès l'utilisation de la première unité de L, comme le montre le graphe ci-dessous).

3. Comme $PPmg_L$ est constamment décroissante, PPM_L est toujours décroissante et supérieure à $PPmg_L$.



<u>Exercice 7</u>

1. $(L-1)^{1/4}K^{1/4} = 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{K = 1/(L-1)}$

2. Le problème est posé est un problème de minimisation sous contrainte. La fonction de Lagrange prend, dans ce cas, la forme :

$£ = wL + rK + \lambda(1 - (L-1)^{1/4}K^{1/4})$ et

$£_L = £_K = £_\lambda = 0 \rightarrow \boldsymbol{L = (r/w)^{1/2} + 1}$ et $\boldsymbol{K = (w/r)(r/w)^{1/2} = (w/r)^{1/2}}$

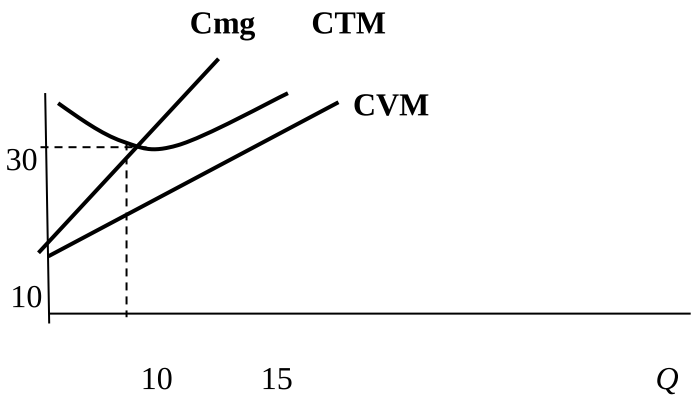
a- $r_1 = 1$ et $w_1 = 1 \rightarrow L = 2; K = 1$; CT = 3

b- $r_2 = 2$ et $w_2 = 3 \rightarrow L = 1{,}8; K = 1{,}22$; CT = 7,8

3..le passage de a à b se traduit par une augmentation du prix relatif de L $(w_2/r_2 > w_1/r_1)$. Par conséquent, l'entrepreneur rationnel remplacera des quantités de L par des quantités de K vu que ce dernier est devenu relativement moins cher.

<u>Exercice 8</u>

1. CT = (CTM)$q = q^2 + 10q + 100 \quad \rightarrow \quad$ **Cmg = 2$\boldsymbol{q}$ + 10**
2. CV = $q^2 + 10q \quad \rightarrow$ **CVM = (CV)/$\boldsymbol{q}$ = $\boldsymbol{q}$ + 10**
3.



Contrairement à la "loi de la productivité marginale décroissante" qui requiert une forme en **U** de CVM, ce dernier est représenté, dans le cas présent, par une droite à pente positive.

III. Fonction d'offre et l'équilibre de marché en concurrence pur et parfaite

Exercice 1: Une branche qui évolue dans un contexte de concurrence pure et parfaite est composée de **20** entreprises. La fonction de cout total d'une entreprise représentative est donnée par : $\boldsymbol{CT = 10 + 0.05\, X^2 + 4\, X}$

La demande de marché est estimée Par : $\boldsymbol{X = 300 - 20P}$

1- Quelle est la fonction d'offre d'une entreprise représentative ?
2- Quelle est la fonction d'offre de la branche ?
3- Déterminer la quantité et le prix d'équilibre du marché.
4- Quel est le montant du profit ou de la perte ? à court terme, l'entreprise doit- elle fermer ses portes ?

Exercice 2: Sur un marché concurrentiel intervienne **200** firmes dont les fonctions de coût total sont identiques et d'expression **: CT = $\boldsymbol{10\, X^2}$ + 10X + 360.**

La fonction de demande est : $\boldsymbol{P = -0.1X + 1050}$

1. Déterminer le prix d'équilibre de courte période, la quantité globale échangée et l'offre de chaque entreprise.
2. Déterminer le profit de l'entreprise.
3. En supposant que la fonction de coût précédente représente la fonction de coût de long terme, Comment évoluera ce marché en longue période ? déterminer l'équilibre du marché et celui de l'entreprise en longue période ainsi que le nombre d'entreprises qui composent désormais le marché.

Exercice 3 : Considérons une économie composée de 1000 consommateurs identiques dont la fonction de demande individuelle prend la forme : $\boldsymbol{P_d = -2x_i + 200}$ et de 1000 entreprises identiques dont la fonction de coût individuelle prend la forme :

$\boldsymbol{CT_j = x_j^3 - 10x_j^2 + 200x_j}$

1. Déterminer la fonction de demande globale (X_d)
2. Déterminer la fonction d'offre globale (X_s)
3. Déterminer le prix et la quantité d'équilibre de court terme
4. Déterminer le prix et la quantité d'équilibre de long terme.
5. Déterminer le nombre d'entreprises présentes dans la branche à long terme

Exercice 4 : Soit une branche composée d'entreprises identiques d'ont la fonction de cout total est donnée par :$\boldsymbol{C(qi) = 18 + 6qi + 2qi^2}$ pour $qi > 0$ et $c(0) = 0$, ou qi est la quantité produite par l'entreprise i :

1. Tracer les courbes de cout fixe moyen, le cout variable moyen et le cout marginal d'une entreprise.

2. Supposer que la branche compte actuellement 100 entreprises, quelle est l'expression de la courbe d'offre de court terme de la branche
3. Supposer que la courbe de demande de la branche est donné par $Q_d = 660 - 20p$, ou p est le prix de marché. (Quelles sont les valeurs du prix et de la quantité d'équilibre de court terme.
4. Supposer un déplacement de la courbe de demande .l'expression de la nouvelle courbe de demande est donnée par : $Q_d = 840 - 20p$, quelles sont les conséquences sur le prix, la quantité produite, et le profit dans le court terme ?
5. Quelles sont les conséquences sur le prix, la quantité produite, et le profit dans le court terme ?

Exercice 5 : Soit une branche concurrentielle composée de 30 firmes de deux types. Les 15 firmes

du premier type sont identiques avec comme fonction de cout : $\boldsymbol{C_1 = 0.5(q_1)^2}$, q_1 étant la production d'une de ces firmes.

Les firmes du deuxième type sont identiques avec comme fonction de cout :

$$:\boldsymbol{C_2 = 1.5(q_2)^2 + (q_2) + 1.5}$$

q_2 étant la production d'une de ces firmes.On note p le prix du produit.

1. Déterminer l'offre globale des 15 firmes de type 1.
2. Calculer le seuil de rentabilité des firmes de type 2. Déterminer alors l'offre globale des 15 firmes de type 2.
3. Représenter Graphiquement l'offre globale de la branche, selon que le prix est inférieur ou supérieur au seuil de rentabilité de question précédente.
4. La demande globale du produit vaut **:** $\boldsymbol{q_d = -2p + 127}$

Représenter Graphiquement l'équilibre de la branche, calculer le prix d'équilibre.

Exercice 6: Sur un marché de concurrence pure et parfaite, interviennent **15** firmes qui ont une même structure de coût, la fonction de cout moyen est estimée par:

CTM = 0.5X + 1 + 6$\boldsymbol{X^{-1}}$ où X représente la production. La demande du marché est :

Xd = −85p + 485.

1. Trouver le niveau de prix et de production réalisant l'équilibre de court terme sur ce marché.
2. caractériser l'équilibre de courte période de chaque firme (quantité et profit).
3. En supposant que la fonction de coût totale précédente représente la fonction de coût de long terme, décrivez l'évolution du marché sur le long terme et présentez la quantité et le prix d'équilibre ainsi que le nombre d'entreprises évoluant au sein du marché.

Exercice 7: Soit un marché de concurrence pure et parfaite sur lequel se vend un produit X au prix P. La demande sur ce marché est : $\mathbf{XD = -2P + 80}$

10 entreprises assurent la production du produit. Leur coût total est : $\mathbf{CT = 2x^2 + 4x + 8}$

1. Ecrire la recette totale d'une firme i. la tracer pour $\mathbf{P = 14}$.
2. Déterminer l'offre de la branche.
3. Calculer le prix d'équilibre de courte période, la quantité globale échangée et l'offre de chaque entreprise à ce prix.
4. Comment évoluera ce marché en longue période ?

Solutions (Fonction d'offre et l'équilibre de marché en concurrence pur et parfaite)

Exercice 1 :

1- La fonction d'offre d'une entreprise représentative

$P = cmg \rightarrow 0.1x + 4 = p \quad ou\ x = -40 + 10P$

$CVM = 0.05X + 4 \Rightarrow \min CVM = 4$

$S_i = 10\text{P} - 40 \qquad P \geq 4$ **La fonction d'offre individuelle**

Si= 0 P<4

2- La fonction d'offre de la branche

La fonction d'offre de la branche : $X_s = 20S_i = 20(10\text{P} - 40)$

Qs= 200 P- 800 P≥4 **La fonction d'offre de la branche**

Qs= 0 P<4

3- La quantité et le prix d'équilibre du marché

$X_s = X_D \rightarrow 200P - 800 = 300 - 20P \rightarrow P_* = 5, X_* = 200$

4- Le montant du profit

$P = Cmg \rightarrow 0.1x + 4 = 5 \rightarrow x_* = 10$

$\pi = RT - CT = 5(10) - [10 + 0.05(10^2) + 4(10)] = -5$

Etant donné que la perte est inférieur au cout fixe(10), (le seuil de fermeture (4) est inférieur au prix de marché(5)) ; l'entreprise doit dans le court terme poursuivre la production

Exercice 2 :

1- **La fonction d'offre individuelle** :$P = cmg$

$p = 20X + 10$

$X_i = \frac{P-10}{20} \qquad si\ P \geq \min CVM = 10$

$X_i = 0 \qquad si\ P < \min CVM = 10$

La fonction d'offre globale

$X_G = nX_i = 200\left(\frac{P-10}{20}\right) = 10P - 100 \qquad si\ P \geq 10$

$X_G = 0 \qquad si\ \ P < 10$

$X_d = X_s \ \rightarrow 10500 - 10P = 10P - 100 \rightarrow \boldsymbol{P = 530} \ \rightarrow \boldsymbol{X = 5200}$

$\boldsymbol{x = \frac{X}{n} = \frac{5200}{200} = 26}$

2- $\pi = RT - CT = PX - CT = PX - (10X^2 + 10X + 360)$

$\pi = (530)(26) - [10X^2 + 10X + 360] = 6400$

3- En courte période, les entreprises de ce marché réaliseront un profit important, ceci aura pour conséquence l'entrée de nouvelles entreprises attirées par ce profit. L'offre globale va augmenter et le prix d'équilibre va diminuer ainsi que le profit de chaque entreprise.

en longue periode $\boldsymbol{P = Min\ CML}$

$\mathrm{CML} = 10\mathrm{X} + 10 + \frac{360}{\mathrm{X}} \ \frac{\mathrm{dCML}}{\mathrm{dx}} = 10 - \frac{360}{\mathrm{X}^2} = 0 \rightarrow \mathrm{X} = 6$

$\rightarrow \mathrm{P} *= \mathrm{MIN\ CML} = 130\ \mathrm{X}_* = -10(130) + 10500 = 9200$

$\mathrm{N} = \frac{\mathrm{X}}{\mathrm{x}} = \frac{9200}{6} = 1533$ soit 1333 nouvelles entreprise

<u>Exercice 3 :</u>

1. $P_d = -2x_i + 200$ ou $x_i = -(P/2) + 100$

   $X_d = 1000x_i = -1000(P/2) + 100000$

 Ou $P_d = -2(X_d/1000) + 200$

Note : un changement de variable ($X_d/1000$ à la place de x_i) permet de formuler directement la fonction de demande globale sans faire le détour par les quantités.

2. $Cmg = P_s$ ou $= 3x_j^2 - 20x_j + 200 = P_s \rightarrow x_i = [20 + (400 - 12(200 - P))^{1/2}]/6$

   Ou, en opérant un changement de variables: $P_s = 3(X_s/1000)^2 - 20(X_s/1000) + 200$

3. $P_d = Ps \rightarrow X_1^* = 6000$; $P^* = 188$

4. $dCM/dx = 2x - 10 = 0 \rightarrow x^{**} = 5$ et $Min(CM_L) = 175 = P_L$

   $-2(X_d/1000) + 200 = P_L \rightarrow X_L = 12500$

5. $x^{**} = 5$ et $n = 12500/5 = 2500$

<u>Exercice 5 :</u>

1- Offre globale des firmes de type 1

$p = cmg_1, = \frac{dC_1}{dq_1} = q_1,$, ce qui donne $q_1 = p.$

CVM_1= 0,5 q_1 → Min CVM = 0 (q = 0)

$S_{i1} = p$ si P ≥ 0

$S_{i1} = 0$ si P < 0

L'**offre globale des 15 firmes de type 1**

$S1 = 15S_{i1} = 15p$ si P ≥ 0

$S1 = 0$ si P < 0

2- **Seuil de rentabilité et offre des firmes de type 2**

Le coût moyen est : $CTM_2 = \frac{C_2}{q_2} = 1.5q_2 + 1 + \frac{1.5}{q_2}$

$\frac{dCTM_2}{dq_2} = 1.5 - \frac{1.5}{q_2^2} = 0$

Cela donne $q_2 = 1$, et le **seuil de rentabilité est** $p_{seuil} = CTM_2(1) = 4.$ L'offre individuelle d'une firme de type 2 est déterminée par $p = Cmg_2 = 3q_2 + 1$, soit $q_2 = \frac{p-1}{3}$.

$CVM_2 = 1{,}5q_2 + 1$ → Min CVM_2 = 1 (q=0)

$S_{i2} = \frac{p-1}{3}$ si P ≥ 1

$S_{i2} = 0$ si P < 1

L'**offre globale des 15 firmes de type 2** est :

$S2 = 15S_{i2} = 5P - 5$ si P ≥ 1

$S2 = 0$ si P < 1

3- **Équilibre de la branche**

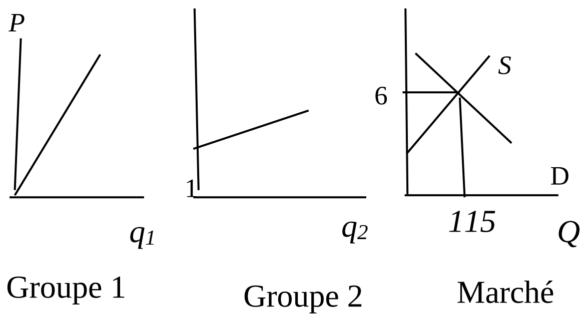
L'offre globale totale combine les deux types de firmes :

- Pour $p < 0$ $S_{total} = 0$
- Pour $0 < P \leq 1$: $S_{total} = 15p$
- Pour $p \geq 1$: $Q_{total} = 15p + (5p - 5) = 20p - 5$

$X_D = X_S \rightarrow -2p + 127 = 20p - 5$

$p = 6$, $Q = -2(6) + 127 = 115.$

La situation d'équilibre apparaît au niveau du graphe suivant :



Exercice 6 :

1- **La fonction d'offre individuelle** :$P = cmg$

$p = X + 1$

$X_i = P - 1 \qquad si\ P \geq \min CVM = 1$

$X_i = 0 \qquad si\ P < \min CVM = 1$

La fonction d'offre globale

$X_G = nX_i = 15(P - 1) = 15P - 15 \qquad si\ P \geq 1$

$X_G = 0 \qquad si\ P < 1$

$X_d = X_s \rightarrow -85P + 485 = 15P - 15 \rightarrow \boldsymbol{P = 5} \rightarrow \boldsymbol{X = 60}$

2- $\boldsymbol{x = \frac{X}{n} = \frac{60}{15} = 4}$

$\pi = RT - CT = PX - CT = PX - (0.5\,X^2 + X + 6)$

$\pi = (5)(4) - [0.5\,(4^2) + 4 + 6] = 2$

3- En courte période, les entreprises de ce marché réaliseront un profit positif, ceci aura pour conséquence l'entrée de nouvelles entreprises attirées par ce profit. L'offre globale va augmenter et le prix d'équilibre va diminuer ainsi que le profit de chaque entreprise.

$\boldsymbol{en\ longue\ periode\ P = Min\ CML}$

$\mathrm{CML} = 0.5\mathrm{X} + 1 + \frac{6}{\mathrm{X}} \rightarrow \frac{\mathrm{dCML}}{\mathrm{dx}} = 0.5 - \frac{6}{\mathrm{X}^2} = 0 \rightarrow \mathrm{X} = 3.46$

$\rightarrow \mathrm{P} *= \mathrm{MIN\ CML} = 4.46,\ \mathrm{X}_* = -85(4.46) + 485 = 105.9$

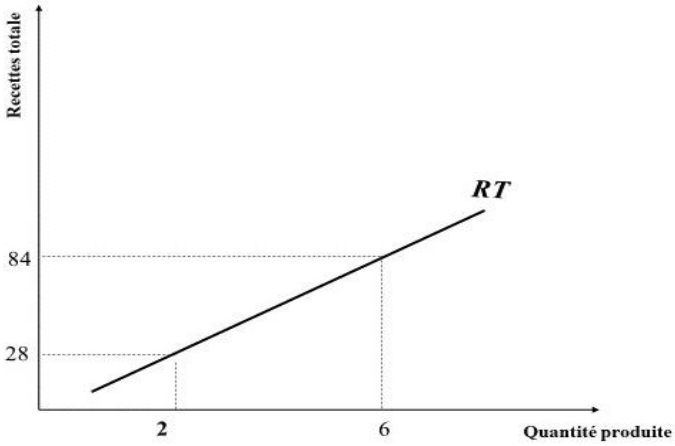
$\mathrm{N} = \frac{\mathrm{X}}{\mathrm{x}} = \frac{105.9}{3.46} = 30.60$

<u>Exercice 7</u>:

1) La recette totale d'une firme i :

$RT_i = PQ_i = 14\,Q_i$

(Représentation graphique):



2- Détermination de l'offre globale de la branche :

$$\boldsymbol{P = cmg = 4Q + 4 \rightarrow Q = \frac{P-4}{4}}$$

$CVM = 2Q + 4 \quad \rightarrow \quad \min CVM = 4$

La fonction d'offre individuelle

$Si = \frac{(p-4)}{4} \qquad P \geq 4$

Si=0 $\qquad$ P < 4

La fonction de la branche

$Q_S = 10\,\frac{(p-4)}{4}$

Qs= 2.5 P- 10 $\qquad$ P≥4

Qs= 0 $\qquad$ P<4

3- L'équilibre de court terme :

S = D $\qquad$ 2.5 P- 10= -2P+80

P= 20 Q= 40

X= 40/10 = 4 L'offre individuelle

4- L'évolution du marché à long terme : l'équilibre à long terme

à court terme les entreprise réalisent **un profit positif car** $= \mathbf{20 \geq 4}$. Ce profit **va attirer un nombre d'entreprises** qui vont intégrer la branche, ainsi **l'offre globale va augmenter**, **le prix d'équilibre diminuera** ainsi que **le profit de chaque firme**. Ce processus **va s'arrêter à long terme** puisque **le profit devient nul**.

Donc à long terme

P= Min CML : $CML = 2Q + 4 + 8/Q$

$\frac{\partial CML}{\partial Q} = \frac{2-8}{Q^2} = \mathbf{0} \rightarrow 2 = 8/Q^2 \rightarrow$ **Q=2**

$\boldsymbol{MIN\ CML} = 2(2) + 4 + \frac{8}{2} = 12 = P$

$Qd = -2(12) + 80 = 56$

Le nombre des entreprises : $\mathbf{56/2 = 28}$ **entreprises . Le profit :** $\boldsymbol{\pi} = RT - CT = 12.2 - (2(2)^2 - 4(2) - 8) = \mathbf{0}$

Ⅳ. Le monopole

<u>Exercice 1:</u> Un monopole vend des ballons de volley-ball sur deux marchés différents : le marché des ballons de compétition (marché 1) et ceux de plage (marché 2) Les courbes de demande de ces deux marchés sont : $P_1 = 200 - Q_1$ et $P_2 = 190 - 3Q_2$

La fonction de cout pour produire les ballons de volley-ball est : $CT = 500 + 40Q$

1- Quels sont les prix et les quantités maximisant le profit du monopole quand il peut vendre à des prix différents sur les deux marchés ?

2- Supposez que tous les consommateurs apprennent par les médias que les ballons sont tous identiques. Quelles est alors la nouvelle courbe de demande ? Quels sont le prix et la quantité de monopole ?

3- Comparer les deux situations ?

<u>Exercice 2:</u> Les équipes de recherche de l'entreprise A ont mis au point des équipements pour les infrastructures de télécommunication pour lesquels elle a déposé des brevets et dispose de ce fait d'une situation de monopole. Sa fonction de coût total s'écrit : $\boldsymbol{CT = 1800 + 20Q}$

Elle vend ses équipements dans deux pays : le comité et la Lorien. Les fonctions de demande pour ces équipements dans les deux pays sont respectivement :

$$\boldsymbol{Q_1 = 200 - 2P_1, \quad Q_2 = 240 - 4P_2}$$

Ou Q1 et Q2 sont respectivement les quantités demandées en comité et en Lorien et P1 et P2 les prix dans ces mêmes pays.

1- Déterminez les quantités d'équipements écoulées sur chacun des deux marchés les prix auxquels elles le sont. Déterminez aussi le profit de l'entreprise A.
2- Dans la situation d'équilibre, déterminez l'élasticité prix de la demande et l'indice de pouvoir de marché de l'entreprise A sur chacun des deux marchés. à l'aide des résultats que vous avez trouvé, expliquez pourquoi le prix des équipements est plus élevé sur le marché de la comité que sur celui de la Lorien

Exercice 3: Une entreprise est dans un marché en situation de monopole. Le coût de location des équipements s'élevé **300000 UM**, et les couts variables correspondent à la fonction suivante : $\boldsymbol{CVT = Q^2}$. Selon une étude de marché, la demande à laquelle elle fait face peut être représentée par la relation suivante : $\boldsymbol{Q = 350 - 0.25P}$.

1- Calculez le prix et la quantité optimale en supposant que l'entreprise désire maximiser ses profits.
2- Calculer le pouvoir de marché de cette firme.
3- Si les dirigeants voulaient maximiser les recettes totales, quel prix devrait-il changer ?
4- Si l'entreprise se comportait comme une entreprise en concurrence parfaite, quel seront le prix et la quantité produite ? représenter cette situation graphiquement ainsi que la situation en 1.
5- Au nouveau prix calculé en 4 ; l'entreprise devrait-elle fermer ses portes ?

Exercice 4: Considérons un monopoleur dont la fonction de coût total est estimée par :

CT = 50 + 20x. Si ce monopoleur fait face à une fonction de demande de la forme :

P = 100 – 4x, supposons que ce monopoleur puisse diviser le marché (dont la fonction de demande globale est **: p = 100 – 4x**) qu'il fournit en deux marchés séparés dont les fonctions de demande (dont la somme produit la fonction de demande globale) prennent la forme : $\mathbf{p_1 = 80 - 5x_1}$ et $\mathbf{p_2 = 180 - 20x_2}$

1. Déterminer le couple prix-quantité qui maximise le profit de l'entreprise puis calculer le profit.
2. Quels sont les prix et les quantités maximisant le profit du monopole quand il adopte une politique de discrimination

Exercice 5: Une entreprise est en situation de monopole sur le marché du bien Q. Les fonctions de demande et de coût sont estimées par :

$Q_d(P) = 30 - (1/2)P$ et $CT(q) = (1/4)q^2 + 15q$

3. Déterminer le couple prix-quantité qui maximise le profit de l'entreprise puis calculer le profit.
4. Calculer le surplus social (le surplus du consommateur + le surplus du producteur)
5. Comparer les résultats avec un équilibre de concurrence pure et parfaite.

<u>Exercice 6 :</u> Supposons une fonction de demande d'une firme en situation monopolistique égale a :

$\boldsymbol{Q_d = 50 - 0.5p}$ **ou** $\boldsymbol{CT = 50 + 40Q}$

1- Calculer les conditions de prix et quantités qui maximisent le profit de cette firme.

2- Afin d'accroitre son profit, l'entreprise décide de pratiquer une politique de discrimination des prix. Et pour cela demande à ses services commerciaux d'identifier deux clientèles auxquelles seront offerts leur produit a des prix différents, P1, P2, ces services identifient deux fonctions de demande :

$\boldsymbol{Q_1 = 32 - 0.4p}$ **,** $\boldsymbol{Q_d = 18 - 0.1p}$

3- Quelle est l'élasticité prix- demande de chacun de ces marchés ?

4- Quel est le profit réalisé après discrimination ?

5- Quelles conclusions en tirer

<u>Exercice 7:</u> Soit un monopoleur confronté à deux marchés dont les fonctions de demandes sont : $\boldsymbol{X_1 = 100 - p_1}$ et $\boldsymbol{X_2 = 100 - 2p_2}$**.**

Le coût marginal du monopoleur est constant et égal à $\boldsymbol{cmg = 20}\ UM$.

1. S'il peut discriminer en termes de prix, quel prix devrait-il pratiquer sur chaque marché pour maximiser son profit ?
2. Quel prix unique devrait-il utiliser s'il ne peut pas discriminer ?
3. **Solutions**

<u>Exercice 1:</u>

1-les prix et les quantités d'équilibre avec discrimination

$\pi = RT - CT = RT_1 + RT_2 - CT$

$= P_1.Q_1 + P_2.Q_2 - 500 - 40(Q_1 + Q_2)$

$= (200 - Q_1)Q_1 + (190 - 3Q_2)Q_2 - 500 - 40Q_1 - 40Q_2$

$= 160Q_1 - {Q_1}^2 + 150\ \ Q_2 - 3{Q_2}^2 - 500,$

$\frac{\partial\pi}{\partial Q_1} = 160 - 2Q_1 = 0, \rightarrow Q_1 = 80, \rightarrow P_1 = 120,$

$\frac{\partial\pi}{\partial Q_2} = 150 - 6Q_2 = 0, \rightarrow Q_2 = 25, \rightarrow P_2 = 115,$

2- L'entreprise applique un prix plus bas ($p_2 = 115$) sur le marché le plus élastique (marché 2, où |E| =1,53) et un prix plus élevé ($p_1 = 120$) sur le marché le moins élastique (marché 1, où |E| ≈ 1.5).

- **Marché 1** : Élasticité : $E_1 = -(\frac{dQ_1}{dp_1}) \times (\frac{p_1}{Q_1}) = 1 \times (\frac{120}{80}) = 1{,}5,$
- **Marché 2** : Élasticité : $E_2 = -(\frac{dQ_2}{dp_2}) \times (\frac{p_2}{Q_2}) = \frac{1}{3} \times (\frac{115}{25}) \approx 1.53,$

3- La fonction de demande Globale, Le prix et la quantité d'équilibre sans discrimination

$Q = Q_1 + Q_2,\ P = P_1 = P_2$

$$Q = 200 - P_1 + \frac{190}{3} - \frac{P_2}{3} = \frac{790}{3} - \frac{4}{3}P, \to P = 197{,}5 - 0{,}75Q$$

$$\pi = RT - CT = PQ - CT, = (197{,}5 - 0{,}75Q)Q - 500 - 40Q, = 157{,}5Q - 0{,}75Q^2 - 500$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = 157{,}5 - 1{,}5Q = O \ \to Q = 105 \to P = 118{,}75$$

- Le monopole vend la même quantité totale (105) dans les deux cas, mais pratique des prix différents en discrimination
- Le profit est légèrement plus élevé avec la discrimination (7 775) qu'avec un prix unique (7 768,75).
- La discrimination permet d'ajuster les prix selon la sensibilité de chaque marché, captant un profit légèrement supérieur.

Exercice 2:

1-Détermination des quantités et des prix

$\Pi = \text{RT1} + \text{RT2} - \text{CT}\ldots\ldots.$

= (P1. Q_1) + (P2. Q_2) – CT($_1$+ Q_2)

= $\mathbf{(}100 - \frac{1}{2}Q_1)Q_1 + (60 - \frac{1}{4}Q_2)Q_2 - 1800 - 20Q_1 - 20Q_2$

$=100Q_1 - \frac{1}{2}Q1^2 + 60Q_2 - \frac{1}{4}Q2^2 - 1800 - 20Q_1 - 20Q_2$

$\pi = 80Q_1 - \frac{1}{2}Q1^2 + 40Q_2 - \frac{1}{4}Q2^2 - 1800$

Max Π ⇒ $\frac{\mathbf{d\Pi}}{\mathbf{dx1}}$ = 0 et $\frac{\mathbf{d\Pi}}{\mathbf{dx2}}$ = 0

$\frac{\mathbf{d\Pi}}{\mathbf{dx1}} = \mathbf{100} - Q_1 - \mathbf{20} = \mathbf{0}\ \Rightarrow Q_1 = \mathbf{80}) \Rightarrow \boldsymbol{P_1} = \mathbf{100 - 40 = 60}$

$\frac{\text{d}\Pi}{\text{dx2}} = 60 - \frac{1}{2}Q_2 - 20 = 0\ \Rightarrow Q_2 = \mathbf{80} \Rightarrow \boldsymbol{P_2} = 60 - \frac{80}{4} = \mathbf{40}$

Profit de l'entreprise A :

$$\pi = 80(80) - \frac{1}{2}(80)^2 + 40(80) - \frac{1}{4}(80)^2 - 1800 = 3000$$

3- Élasticité prix de la demande

$$E_1 = -\left(\frac{dQ_1}{dP_1}\right)\left(\frac{P_1}{Q_1}\right) = -(-2)\left(\frac{60}{80}\right) = 1.5$$

$$E_2 = -\left(\frac{dQ_2}{dP_2}\right)\left(\frac{P_2}{Q_{12}}\right) = -(-4)\left(\frac{40}{80}\right) = 2$$

Indice de pouvoir de marché (indice de Lerner)

L'indice de Lerner mesure le pouvoir de marché et est donné par :

Pour le Comité : $L = \frac{P-cmg}{P} = \frac{1}{p} \rightarrow \frac{60-20}{60} = \frac{1}{1.5} = 0.66$

Pour la Lorien : $L = \frac{P-cmg}{P} = \frac{1}{p} \rightarrow \frac{40-20}{40} = \frac{1}{2} = 0.5$

Explication des différences de prix :

Le prix est plus élevé sur le marché du Comité (60) que sur celui de la Lorien (40) parce que **l'élasticité prix** de la demande est **plus faible (moins élastique)** sur le marché du Comité. Cela signifie que les consommateurs du Comité sont **moins sensibles aux variations de prix** par rapport aux consommateurs de la Lorien, permettant ainsi à l'entreprise A de fixer un prix plus élevé sur ce marché

<u>Exercice 3:</u>

1- le prix et la quantité d'équilibre

$CT = CVT + CFT = 300000 + Q^2$

Q = 350 – 0,25P→ $P = 1400 - 4Q$

$\pi = RT - CT = (1400 - 4Q)Q - (300000 + Q^2) = 1400Q - 5Q^2 - 300000$

$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = 1400 - 10Q = 0 \ldots\ldots. \rightarrow Q = 140,$

$P = 1400 - 4(140) = 840$

2- le pouvoir de marché de cette firme

$$L = \frac{P-Cmg}{P} = \frac{1}{e} = \frac{840-280}{840} = 0.66$$

3- le prix qui correspond la maximisation des recettes totales

$RT = (1400 - 4Q)Q = 1400Q - 4Q^2.$

$\rightarrow \frac{\partial RT}{\partial Q} = 1400 - 8Q = 0 \rightarrow Q = 175$

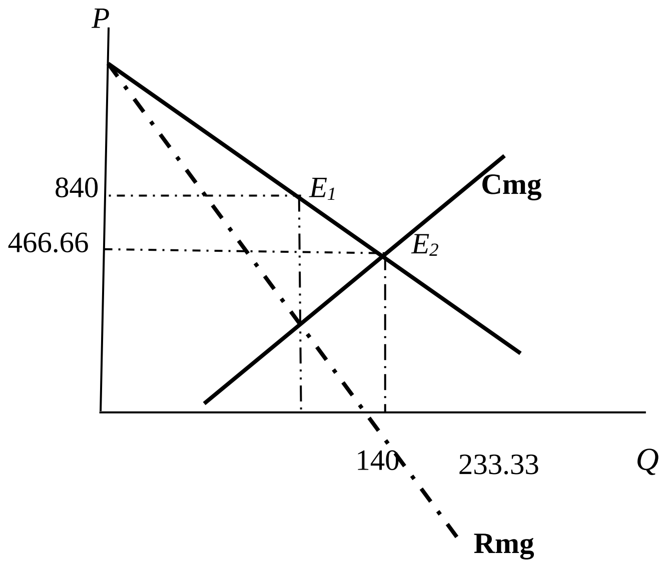
$\rightarrow P = 1400 - 4(175) = 700$

4- le prix et la quantité qui correspondent cpp

$P = Cmg \rightarrow 1400 - 4Q = 2Q$

$\rightarrow Q = 233.33 \ldots\ldots . \rightarrow P = 1400 - 4(233.33) = 466.68$

Les deux situations apparaissent sur le graphe suivant :



5- **l'entreprise devrait-elle fermer ses portes**

Seuil de fermeture : $P = \min CVM \rightarrow CVM = \frac{CVT}{Q} = Q$

$\rightarrow MIn\ CVM = 0$ ...

L'entreprise ne devrait pas fermer ses portes puisque P≥ $MIn\ CVM$

Exercice 4 :

1. Sa fonction de profit s'exprime sous la forme :

π = R(x) – CT(x) = (100 – 4x)x – (50 + 20x)

La condition de premier ordre pour la maximisation du profit prend la forme :

dπ/dx = 100 – 8x – 20 = 0

D'où la solution x* = 10. Le prix est donc p* = 60 et le profit du monopoleur est

π* = 350. On peut, en outre, remarquer que la condition de second ordre est satisfaite au point x* = 10 puisque : $d^2\pi/dx^2 = -8 < 0$

2. Si le monopoleur avait agi en tant que concurrent parfait il aurait égalisé le coût marginal au prix, produit la quantité x' = 20 et l'aurait vendue au prix p' = 20. Son profit aurait été alors

π' = –50. Le monopoleur aurait ainsi vendu une plus grande quantité à un prix moindre mais son profit aurait été réduit.

2. La fonction de profit du monopoleur prend la forme :

$\pi = (80 - 5x_1)x_1 + (180 - 20x_2)x_2 - [50 + 20(x_1 + x_2)]$

Les conditions de premier ordre pour la maximisation de π s'expriment sous la forme :

$\delta\pi/\delta x_1 = 80 - 10x_1 - 20 = 0$

$\delta\pi/\delta x_2 = 180 - 40x_2 - 20 = 0$

La résolution de ce système d'équations produit :

$x_1 = 6$; $p_1 = 50$; $x_2 = 4$; $p_2 = 100$; $e_1 = 1{,}67$; $e_2 = 1{,}25$ et $\pi = 450$

On peut vérifier que le prix est moins élevé au niveau du marché qui exhibe une plus grande élasticité de la demande. En outre la pratique de la discrimination par les prix a augmenté le profit du monopoleur de 350 à 450 unités monétaires.

Exercice 5:

L'entreprise est en équilibre en égalisant son coût marginal à son revenu marginal, soit :

$Q_d(P) = 30 - (1/2)P \rightarrow P = -2q + 60$;

$RT = Pq = -2q^2 + 60q$ et $Rmg = -4q + 60$

Et $CT(q) = (1/4)q^2 + 15q \rightarrow CM = (1/4)q + 15$ et $Cmg = (1/2)q + 15$

Et $Rmg = Cmg \rightarrow q^* = 10$

En remplaçant q par q*, on peut obtenir : $P^* = 40$; $\Pi = 225$

b-Le surplus du consommateur est déterminé par :

$SC = \int_0^{10}(-2q + 60)dq - p^*q^*$, soit : $-100 + 600 - 400 = 100$

Le surplus du producteur est déterminé par :

$SP = 400 - \int_0^{10}(1/2q + 15)dq = 400 - (1/4)(10)^2 + 15(10) = 225$

Le surplus social est donc égal à SC + SP = 325. Le surplus social est censé mesurer le bien-être de la société.

c-En concurrence pure et parfaite, la production optimale de l'entreprise est atteinte par l'égalisation du coût marginal et du prix, soit : $-2q + 60 = (1/2)q + 15$

$\rightarrow q^{**} = 18$ et $P^{**} = 24$

Le surplus du consommateur prend dans ce cas la forme :

$SC' = \int_0^{18} -2q + 60 - (24)(18) = 324$

Le surplus du producteur s'exprime sous la forme :

$SP' = (24)(18) - \int_0^{18} \frac{1}{2}q + 15 = 81$

Le surplus social est donc égal à SC' + SP' = 405.

Commentaire : le surplus social a augmenté de 325 à 405. En comparant les deux situations (monopole et concurrence pure et parfaite), on peut souligner le coût social du monopole (ou charge morte) qui est égal à (405 – 325 = 80). Le coût social du monopole est censé mesurer la perte d'efficience et la réduction du bien être consécutive à une déviation par rapport à l'équilibre concurrentiel. Le monopole produit une quantité moindre et la vend à un prix plus élevé.

Exercice 6 :

1. **Maximisation du profit en situation de monopole**

Fonction de demande inverse : On exprime le prix (p) en fonction de la quantité (Q). $p = 100 - 2Q$

Recette totale (RT) : $RT = p \times Q = (100 - 2Q)Q = 100Q - 2Q^2$

Profit (Π) : $\Pi = RT - CT = (100Q - 2Q^2) - (50 + 40Q) = -2Q^2 + 60Q - 50$

Maximisation du profit : $\frac{d\Pi}{dQ} = -4Q + 60 = 0$

→**Quantité optimale (Q)** : 15 unités.

→**Prix optimal (p)** : $p = 100 - 2(15) = 70$.

Le profit maximal: $\Pi = -2(15)^2 + 60(15) - 50 = -450 + 900 - 50 = 400$

2. **Politique de discrimination par les prix**

$\pi = RT_1 + RT_2 - CT$

$= P_1.Q_1 + P_2.Q_2 - 50 - 40(Q_1 + Q_2),$

$= (80 - 2{,}5Q_1)Q_1 + (180 - 10Q_2)Q_2 - 50 - 40Q_1 - 40Q_2$

$= 40Q_1 - 2{,}5{Q_1}^2 + 140\ \ Q_2 - 10{Q_2}^2 - 50$

$\frac{\partial\pi}{\partial Q_1} = 40 - 5Q_1 = 0, \rightarrow Q_1 = 8, \rightarrow P_1 = 60$

$\frac{\partial\pi}{\partial Q_2} = 140 - 20Q_2 = 0\ \rightarrow Q_2 = 7 \rightarrow P_2 = 110$

Le profit maximal : $\pi = 40(8) - 2{,}5(8)^2 + 140(7) - 10(7)^2 - 50 = 600$

3. **Élasticité-prix de la demande**

- **Marché 1** : Élasticité : $E_1 = -(\frac{dQ_1}{dp_1}) \times (\frac{p_1}{Q_1}) = 0.4 \times (\frac{60}{8}) = 3$
- **Marché 2** : Élasticité : $E_2 = -(\frac{dQ_2}{dp_2}) \times (\frac{p_2}{Q_2}) = 0.1 \times (\frac{110}{7}) \approx 1.57$

Le marché 1 est donc nettement plus élastique (sensible au prix) que le marché 2. **En comparant les deux stratégies, on peut tirer plusieurs conclusions :**

- **Augmentation du profit** : La discrimination par les prix permet à l'entreprise d'augmenter son profit de 400 à 600 : C'est l'objectif principal de cette stratégie.
- **Lien entre prix et élasticité** : L'entreprise applique un prix plus bas ($p_1 = 60$) sur le marché le plus élastique (marché 1, où |E| = 3) et un prix plus élevé ($p_2 = 110$) sur le marché le moins élastique (marché 2, où |E| ≈ 1.57).
- **Production totale inchangée** : La quantité totale vendue reste la même (15 unités) avec ou sans discrimination. Cela est dû au fait que la somme des deux demandes de marché ($Q_1 + Q_2 = (32 - 0.4p) + (18 - 0.1p) = 50 - 0.5p$) est égale à la demande globale initiale. L'entreprise ne fait que répartir sa production entre les deux segments de clientèle de manière plus profitable.

<u>Exercice 7 :</u>

1- Avec discrimination : $P_1 \neq P_2$

$$\pi = RT - CT = P_1X_1 - P_2X_2 - CT(X_1, X_2)$$

$$\pi = (100 - X_1)X_1 + \left(50 - \frac{1}{2}X_2\right)X_2 - CT(X_1, X_2)$$

$$\pi = 100X_1 - {X_1}^2 + 50X_2 - \frac{1}{2}{X_2}^2 - CT(X_1, X_2)$$

$$\frac{d\pi}{dX_1} = 100 - 2X_1 - cmg = 0 \rightarrow \boldsymbol{X_1 = 40} \rightarrow \boldsymbol{P_1 = 100 - X_1 = 60}$$

$$\frac{d\pi}{dX_2} = 50 - X_2 - cmg = 0 \rightarrow \boldsymbol{X_2 = 30} \rightarrow \boldsymbol{P_2 = 50 - \frac{1}{2}X_2 = 35}$$

2- Sans discrimination : $P = \boldsymbol{P_1 = P_2}$

$$X = X_1 + X_2 = 100 - P + 100 - 2P = \boldsymbol{200 - 3P}$$

$$\rightarrow P = \frac{200}{3} - \frac{1}{3}X$$

$$\pi = RT - CT = PX - CT$$

$$\pi = \left(\frac{200}{3} - \frac{1}{3}X\right)X - CT$$

$$\frac{d\pi}{dX} = \frac{200}{3} - \frac{2}{3}X - cmg = 0 \rightarrow \boldsymbol{X = 70}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{P} = \frac{200}{3} - \frac{1}{3}X = \boldsymbol{43,33}$$

Bibliographie

1. Azamoum Said, **Comprendre la microéconomie**, Office des publications universitaires, Alger, 1996
2. Bendib Rachid, **Microéconomie** : traitement mathématique, L'OPU, Alger, 2003
3. Bernier Bernard, Védie Henri-Louis, **Initiation à la microéconomie**, 3e édition, DUNOD, Paris, 2009.
4. Duthil Gérard, Vanhaecke Dominique, Initiation à la microéconomie, ellipses, Paris, 1995.
5. DUSSINE Marie-Pierre, **Précis de microéconomie**, ellipses, Paris, 2006
6. Etner François , **Microéconomie**, 3eme édition, puf, Paris, 2012
7. Etner Johanna , Jeleva Meglena**, Microéconomie**, DUNOD, Paris, 2014.
8. Gayant Jean- Pascal, **Microéconomie**, DUNOD, Paris, 2014.
9. Gendron Bruno, L'essentiel de la microéconomie,2e édition, Gualino lextenso édition, Paris, 2010.
10. Hirshleifer Jack, Glazer Amihai, Hirshleifer David, **Microéconomie : Théories et applications,** traduction de la 7eme edition anglaise par Claire Borsenberger, De boeck, Bruxelles, 2009
11. Kirman Alan P., Lapied André, **Microéconomie**, 1e Edition, PUF, Paris 1991.
12. Krugman Paul, Wells Robin, **Microéconomie**, de boeck, traduction de la 2e édition américaine par Laurent Baechler, Paris, 2009.
13. Laurent Reynald- Alexandre, Hachon Christophe, **Microéconomie**, Nathan, Paris, 2013.
14. Luzi Alain, **Microéconomie cours et exercice résolus**, Hachette, Paris, 2009.
15. Médan Pierre, **Microéconomie**, 5e édition, DUNOD, Paris, 2015.
16. ;Parkin Michael, Bade Robin, Gonzalez Patrick, **Introduction à la microéconomie moderne,** ERPI, 4e édition, Québec, 2011.
17. Pindyck Robert, Rubinfeld Daniel, Guide de l'étudiant en microéconomie, 6e édition, Pearson éducation, Paris, 2006.
18. Vedie Henri-Louis , **Microéconomie en 24 fiches,** 3e édition, DUNOD, Paris , 2011.
19. Wasmer Etiénne, **Principes de microéconomie, Méthodes empiriques et théorie modernes**, Pearson ; Paris, 2010.
20. Varian Hal R., **Introduction à la microéconomie**, traduction de la 7e édition américaine par Bernard Thiry, 6e édition, de boeck, Bruxelles, 2006.